**ЕКОНОМСКО – МАТЕМАТИЧКИ**

**МОДЕЛИ И МЕТОДЕ**

Задаци за вјежбе 2019.

Први дио

Др Жељко В. Рачић, доцент

**ФОРМИРАЊЕ МАТЕМАТИЧКОГ МОДЕЛА**

**ПРОБЛЕМ 1:**

За производњу три производа А, Б и Ц користе се двије машине и једна сировина. Капацитети машина и вриједност обраде на машинама (у часовима), утрошци сировина, трошкови и продајна цијена по јединици производа, дати су у табели:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **МАШИНЕ** | **ПРОИЗВОДИ** | | | **КАПАЦИТЕТИ** |
| **А** | **Б** | **Ц** |
| М1 | 3 | 5 | 5 | 550 |
| М2 | 5 | 2 | 3 | 425 |
| Сировине | 3 | 4 | 2 | 1000 |
| Трошкови | 4 | 7 | 8 |  |
| Продајна цијена | 9 | 13 | 15 |  |

Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему, објаснити значење варијабли из модела ако је циљ максимизирање продајне цијене датих производа.
2. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ минимизирање трошкова пословања.
3. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ максимирање добити.
4. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ максимирање количине производа А, Б, Ц.
5. Пронаћи оптимално рјешење модела под а) примјеном ...

**ПРОБЛЕМ 2:**

На машини чији је мјесечни капацитет 500 часова врши се дорада сировина А, Б и Ц. За један час рада машине доради се 1/5 јединице сировине А, 1 јединица сировине Б и 2 јединице сировине Ц. Планирано је да се сваког мјесеца у производни погон испоручи најмање 180 јединица свих производа заједно. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему, објаснити значење варијабли из модела ако је циљ максимизирање количине производа А и Ц.
2. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ максимално кориштење капацитета.
3. Пронаћи оптимално рјешење модела примјеном ...

**ПРОБЛЕМ 3:**

Предузеће П израђује три производа А, Б и Ц на машини чији је мјесечни капацитет 800 часова. За један час рада машине изради се 1/4 једног производа А, 1/2 производа Б и 1 јединица производа Ц. **Расположиви капацитет треба у потпуности искористити.** Тржиште захтјева да се производа А и Б заједно изради за 40 јединица више него производа Ц. Продајна цијена производа А је 100 н.ј., производа Б 150 н.ј. и производа Ц 40 н.ј. Планирано је да се реализацијом производа оствари најмање 30.000 н.ј. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела ако је циљ максимизирање количине производа Ц.
2. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ максимирање продајне цијене.
3. Пронаћи оптимално рјешење модела примјеном ...

**ПРОБЛЕМ 4:**

Предузеће производи производе А1 и А2 под слиједећим условима:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Извори енергије** | **Произоди** | | **Капацитет** |
| **А1** | **А2** |
| Струг | 40 | 20 | 160 |
| Сировина | 2 | 6 | 24 |
| Материјал | 8 | 4 | ∞ |
| Радна снага | 4 | 2 | ∞ |

Капацитет струга треба искористити у потпуности, док ознака „∞“ код материјала и радне снаге значи да ове изворе увијек имамо на располагању у довољним количинама. Треба узети у обзир да се производ А1 не може пласирати на дан више од 15 тона, а производ А2 не више од 3 тоне. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему; објаснити значење варијабли из модела.
2. Одредити које количине производа А1 и А2 треба предузеће да производи ако жели да минимизира укупне трошкове. Продајне цијене су 20000 н.ј., односно 50000 н.ј. респективно, општи трошкови су 10000 н.ј., а варијабилни трошкови износе по 1000 н.ј.

**ПРОБЛЕМ 5:**

Погон једног предузећа користи три машине за производњу двије врсте дјелова за свој финални производ. **Машински се врши једна те иста радна операција, што значи да сваки комад треба одрадити само на једној машини**. Технички коефицијенти (машински сати по комаду) и капацитет (у машинским сатима) дати су у табели:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Машине** | **Дијелови** | | **Капацитет** |
| **Д1** | **Д2** |
| М1 | 2 | 1 | 100 |
| М2 | 3 | 2 | 200 |
| М3 | 4 | 5 | 250 |

По комаду производа троши се редом 3 кг и 5 кг сировине, којих на располагању имамо највише 500 кг. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему; објаснити значење варијабли из модела.
2. Одредити оптималан програм производње тако да утрошена количина дате сировине буде минимална.

**ПРОБЛЕМ 6:**

Производ се састоји од једног дјела Д1 и једног дјела Д2. За производњу ових дјелова стоје на располагању аутомати А1, А2 и А3 који могу производити **сваки дио у једној фази, као финални производ.** Норме израде појединих дјелова приказује слиједећа табела:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Аутомати** | **Дјелови** | | **Капацитет** |
| **Д1** | **Д2** |
| А1 | 24 | 12 | 720 |
| А2 | 12 | 8 | 708 |
| А3 | 24 | 9 | 720 |

Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Колико производа П се може заједничким радом свих аутомата максимално производити ако треба произвести једнак број дијелова, тј. мора важити однос 1:1.

**ПРОБЛЕМ 7:**

Предузеће прави оптималан план производње М1 и М2. У планираном раздобљу расположиво је **тачно** 200 тона материјала М1 и **тачно** 180 тона материјала М2. Из ових материјала се израђују три производа П1, П2 и П3. Утрошак материјала по јединици производа (т) дат је у наредној табели:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Материјал** | **Производи** | | | **Количина (т)** |
| **П1** | **П2** | **П3** |
| М1 | 4 | 8 | 5 | 200 |
| М2 | 2 | 9 | 7 | 180 |

Наведени производи се не израђују из обје врсте материјала, **што значи да ни у један производ не улазе оба материјала.** Производа П1 треба израдити највише 80 комада (без обзира из које врсте материјала), П2 највише 22 комада (без обзира из које врсте материјала), а производа П3 највише 60 комада (без обзира из које врсте материјала). Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Пронаћи оптимално рјешење модела ако је циљ минимизирање утрошеног материјала М1 и М2.

**ПРОБЛЕМ 8:**

У предузећу се израђују три типа столица А, Б и Ц. Максимална могућа производња износи 150 комада. За исти мјесец планирана је максимална зарада од продаје ових столица у износу од 120 н.ј. Једна столица типа А остварује губитак од 3 н.ј., а једна столица типа Б и Ц даје зараду од 1 н.ј. Једна врста машина је ограниченог капацитета који износи 500 часова. За израду једне столице типа А, Б и Ц ангажује се 0,004 %, 0,002 % и 0,006 %, респективно, капацитета те машине. На изради истих столица раде и друге машине М, тако да се за један час рада изради 1/2, 1/4 и 1/5 комада столица А, Б и Ц, респективно. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Пронаћи оптимално рјешење ако је циљ максимизирање кориштења капацитета друге групе машина М.

**ПРОБЛЕМ 9:**

За производњу једне легуре фабрика хемијске производње користи сировине С1, С2 и С3. Легура мора да садржи најмање 25 % састојака А, највише 40 % састојака Б и највише 40 % састојака Ц. Учешће ових састојака у сировинама дато је у табели:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Састојак** | **Учешће сировине (%)** | | |
| **С1** | **С2** | **С3** |
| А | 30 | 30 | 20 |
| Б | 45 | 40 | 30 |
| Ц | 20 | 30 | 50 |

Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли.
2. Набавна цијена сировине С1, С2 и С3 износи 8 н.ј./кг, 10 н.ј./кг, 10 н.ј./кг респективно. Одредити оптималну структуре легуре ако је циљ минимизирање набавне цијене.

**ПРОБЛЕМ 10** (примјер за условна ограничења; 21, 23)**:**

Предузеће планира производњу производа А и Б. Израда ових производа врши се на машини М1 чији расположиви мјесечни фонд сати износи 250 часова и групи машина М2 са мјесечним фондом од 550 часова. На групи машина М1 за један час рада могу се израдити два комада производа А и један комад производа Б. На групи машина М2 један комад производа А се може произвести за један час, а производа Б за три часа. Одлучено је да се мора мјесечно производити најмање 10 комада производа А, под условом да се производ Б уопште не производи. Ако се, међутим, производи и производ Б, онда се на сваких пет његових производа треба произвести три комада производа А. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Пронаћи оптимално рјешење модела ако је потребно максимално искористити расположиви фонд времена рада машина М1 и М2.

**ПРОБЛЕМ 11:**

Једна пивара има двије производне линије за пуњење боца пива од 0,33 л и 0,5 л. На линији један, за минут се може напунити 180 боца од 0,33 л и 120 боца од 0,5 л. Линија два, с обзиром на застарјелост опреме, има мањи учинак тако да може пунити 120 боца у минути од 0,33 л и 60 боца од 0,5 л. Обје линије раде у двије смјене по 8 часова. С обзиром на то да пивара жели да користи обје производне линије, одлучено је да однос пуњених боца на линији један и линији два буде 2:1. Због сталног повећања цијена пива, статистички је утврђен однос између цијена и то: 2 н.ј. за 0,33 л и 3 н.ј. за 0,5 л. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Одредити оптимални дневни план производње пуњења боца пива тако да се оствари максимална добит.

**ПРОБЛЕМ 12:**

Студенти једног факултета: 600 мушкараца и 300 дјевојака прихватили су обавезу да ће обавити бербу јабука једне земљорадничке задруге. Руководилац задруге из искуства зна да су за овакву врсту посла најпогодније бригаде по 6 особа. Овакве бригаде могу бити различитих састава и од тога зависи и њихова продуктивност:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Редни број** | **Брсте бригада** | **Вријеме бербе једног дрвета (мин)** |
| 1. | 6 мушкараца | 15 |
| 2. | 6 дјевојака | 10 |
| 3. | 2 мушкарца и 4 дјевојке | 12 |
| 4. | 3 мушкарца и 3 дјевојке | 9 |

Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Колико треба да се организује од које врсте бригада ако се свако мора разврстати у неку бригаду, а циљ је што краће вријеме трајања бербе.

**ПРОБЛЕМ 13:**

Асортиман једног предузећа састоји се из два производа А и Б. На обради до сада поменутих производа радило је осам радника, при чему је потрребно ангажовати по једног радника за сваки комад појединих производа. Потребно је запослити сву расположиву радну снагу, а ако је могуће запослити још и више. На залихама имамо просјечно дневно 6 кг сировине С. За производ А троши се 3 кг сировине С по комаду. Дорада производа А и Б одвија се на машини М. За један комад производа А и Б машине се ангажују по 2 часа, односно 1 час респективно. Слободни капацитет је 4 часа дневно. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Одредити дневни план производње ако је циљ максимизирање производа А и Б.

**ПРОБЛЕМ 14:**

Агроиндустријска компанија има могућност да на 500 ха засије пшеницу, кукуруз и шећерну репу. За производњу једне тоне пшенице, кукуруза и шећерне репе потребно је засијати 1/2, 1/4, 1/2 ха површине респективно. Комплекс располаже са 800.000 н.ј. за које намјерава да набави сјеме ђубрива и покрије остале трошкове производње. За произвдњу 1 тоне пшенице, кукуруза, шећерне репе потребно је 300 н.ј., 500 н.ј., 600 н.ј. респективно. Анализом је утврђено да капацитет, трошкови и радна снага не представљају уско грло. Због захтјева тржишта одлучено је ако се пшеница и кукуруз не засију произодиће се најмање 50 тона шећерне репе, а ако се производи и пшеница и кукуруз онда ће се на сваку тону њихове заједничке производње производити 0,5 тона шећерне репе. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Пронаћи оптимални оптимални обим производње ако је циљ максимизирање добити. Статистички је утврђено да се добит од производње пшенице кукуруза и шећерне репе односе као 3:4:2.

**ПРОБЛЕМ 15:**

Једно предузеће производи три производа А, Б и Ц. На машини чији је дневни капацитет 8 часова врши се обрада сваког од ова три производа тако да је за један производ А потребан 1 час рада те машине, за 1/2 часа се изради један производ Б и за 1 час рада машине изради се 1/2 јединице производа Ц. Сва три производа се израђују из исте врсте сировине које треба утрошити највише 10 кг у току једног дана. Из 1 кг сировине изради се 3/5 дијела производа А, 3 јединице производа Б и 1 јединица производа Ц. Ови специјални производи као заштита у циљу испуњења одређених стандарда захтјевају и специјална влакна у свом саставу од тачно 10 кг. 1 кг влакна довољан је за припрему 2 јединице, 1 јединицу, 2 јединице производа А, Б и Ц респективно. Укупни трошкови који ће се остварити у изради ових производа су за производ А – 65 н.ј., Б – 90 н.ј. и Ц – 70 н.ј. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела ако је циљ минимизирање укупних трошкова.
2. Пронаћи оптимално рјешење модела примјеном ...
3. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 16:**

Предузеће П се бави монтажом производа X. Овај производ се монтира из два дијела А и Б. Сваки од ова два дијела израђује се у цјелости на машинама М1 и М2, односно и један и други дио се израђују једнофазном обрадом на машини М1 или М2. За један час рада машине М1 израде се 3 комада дијела А и 5 комада дијела Б. С друге стране, 1 комад дијела А изради се за пола сата рада машине М2, а 1 комад Б за 1/4 сата рада те исте машине. Расположиви капацитет машине М1 је 300 часова, а М2 315 часова. Уз сваки производ X угради се по један дио А и један дио Б због чега се захтјева да се изради једнак број комада ових дјелова. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела ако је циљ максимизирање количине производа X, односно дијелова А и Б.
2. Наћи оптимално рјешење проблема примјеном ...
3. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 17:**

Предузеће у планираном периоду од једне године, производи двије врсте производа на једној машини уз употребу двије врсте сировина. Вријеме израде јединице оба производа на машини је по 300 минута, а укупни годишњи капацитет машине је 30.000 часова. За производњу јединице производа А потребно је 20 кг прве и 3 кг друге сировине, а за производњу производа Б потребно је 4 кг прве и 20 кг друге сировине. Годишње се мора потрошити најмање 40 тона прве и најмање 27 тона друге сировине. Профит од продаје производа А је 80 н.ј., а од производа Б је 50 н.ј. по комаду. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему, објаснити значење варијабли из модела и одредити оптималан годишњи асортиман производа, тј. план који обезбјеђује максималан укупан профит уз услов да укупно мора бити произведено тачно 3.000 производа А и Б.
2. Пронаћи оптимално рјешење модела примјеном ...
3. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 18:**

Фабрика намјештаја је склопила уговор којим се обавезује да опреми пословни простор површине 250 м2 столовима и столицама. Фабрика располаже са дрвеним столовима тежине 40 кг и цијене 90 н.ј. по комаду, пластичним столовима тежине 30 кг и цијене 70 н.ј. по комаду, дрвеним и пластичним столицама тежине 20 кг и 10 кг и цијене 66 н.ј. и 40 н.ј. по комаду респективно. Сваки сто заузима по 2 м2 простора, а свака столица по 1 м2 простора. Уговором је предвиђено да испоручени намјештај треба да буде тежак бар 3.000 кг. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему, објаснити значење варијабли из модела и одредити са колико столова и столица и које врсте ће фабрика опремити пословни простор да би њихова укупна цијена била минимална и ако се захтијева да укупан број столова буде једнак укупном броју столица, а површина пословног простора не мора бити у потпуности попуњена.
2. Пронаћи оптимално рјешење модела примјеном ...
3. Анализирати оптимално рјешење.

**ГРАФИЧКА МЕТОДА**

**- проблем максимума -**

**ПРОБЛЕМ 19:**

Претпоставимо да предузеће производи два производа, А и Б, који у процесу производње пролазе кроз два различита погона. У табели су дати подаци који показују потребно вријеме у часовима за производњу јединице производа А и Б, као и укупан фонд часова појединих погона у одређеном периоду. Другим ријечима, за производњу једне јединице производа А утрошен је 1 час у првом и 5 часова у другом погону. За производњу једне јединице Б утрошено је 3 часа, односно 2 часа у првом и другом погону, респективно. Расположиви фонд часова првог и другог погона износи 18, односно 25 часова респективно. У плану пословања предвиђена је добит по јединици производа која за производ А износи 5 н.ј., а за производ Б 6 н.ј.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Потребно вријеме (у часовима) за јединицу производа** | | **Укупно расположиви фонд часова** |
| **Погон** | **А** | **Б** |  |
| I | 1 | 3 | 18 |
| II | 5 | 2 | 25 |
| Добит по јединици производа | 5 | 6 | - |

Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему, објаснити значење варијабли из модела и одредити оптимално рјешење модела ако је циљ максимизирање добити.
2. Пронаћи оптимално рјешење модела примјеном графичке методе.
3. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 20:**

Унутрашњи транспорт између радних контролних мјеста у погонима једног предузећа обавља 60 радника помоћу дводјелних ручних колица. Истраживања су показала да овакав облик унутрашњег транспорта није погодан с обзиром на значајније повећање количине производа који се транспортују. Због тога су руководни органи одлучили да инвестирају 800.000 н.ј. за набавку моторних колица и акумулаторских електроколица. Произвођач моторних колица је навео да једна колица послужују 4 радника. Цијена једних моторних колица је 50.000 н.ј. док јој је годишњи капацитет 100.000 т. Из понуде произвођача акумулаторских електроколица утврђено је да цијена једних колица износи 40.000 н.ј., док им је годишњи капацитет 200.000 т. Једна електроколица послужују 3 радника. С обзиром на то да у предузећу постоје радници који су већ обучени за услуживање моторних колица одлучено је да се набави тачно 20 комада моторних колица (акумулаторска електроколица се, у том случају, не би набављала). Међутим, ако би се набављала и акумулаторска електроколица, онда би се на свака набављена акумулаторска електро колица смањила набавка моторних колица у односу 1:2.

Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Одредити колико којих колица предузеће треба да набави ако се зна да се не морају распоредити сви радници на послуживање нових колица, него неки радници могу радити и на стари начин и ако је циљ постизање што веће годишње производње.
3. Пронаћи оптимално рјешење модела примјеном графичке методе.
4. Анализирати оптимално рјешење.

**РАЗНИ ЗАДАЦИ**

**ПРОБЛЕМ 21:**

Једно индустријско предузеће производи три производа А, Б и Ц. Капацитет основног постројења износи 1600 часова. За један час рада постројења изради се јединица производа А, односно двије јединице производа Б. Јединица производа Ц изради се за два часа рада постројења. Капацитет ових постројења је уско грло због чега га треба користити у цјелости. Продаја ових производа је везана тако да треба испоручити најмање 400 јединица производа Ц ако се не буде испоручивао и производ А. Уколико се буде испоручивао и производ А, тада се на сваку јединицу производа А требају испоручити три јединице производа Ц. Добит по јединици производа А, Б и Ц износи 10 н.ј., 6 н.ј. и 4 н.ј. респективно. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Пронаћи оптимално рјешење модела ако је циљ максимизирање добити.

**ПРОБЛЕМ 22:**

У погону се израђују три производа А, Б и Ц на машини чији је максимални дневни капацитет 108 часова. За један час рада ових капацитета изради се 1/3, 1/4 и 1/2 комада производа А, Б и Ц респективно. Производи А и Б се суше у сушари чији дневни капацитет треба у цјелости искористити (ангажовати), а износи 24 часа. За један час рада сушаре осуши се 1/2 производа А и 1/3 производа Б. Варијабилни трошкови по комаду Б износе 3 н.ј., а по комаду Ц 1 н.ј. Фиксни трошкови израде Б и Ц износе 30 н.ј. С друге стране, збир варијабилних трошкова израде производа Б и Ц не може бити већи од збира укупних фиксних и варијабилних трошкова израде производа А. Јединични варијабилни трошкови за производ А износе 4 н.ј., а фиксни трошкови су 10 н.ј. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Пронаћи оптимално рјешење модела ако је циљ максимизирати укупну количину сва три производа.

**ПРОБЛЕМ 23:**

Предузеће П располаже са 1000 н.ј. које планира уложити у три пројекта П1, П2 и П3. Укупни износ средстава треба утрошити. У пројекте П1 и П2 треба најмање утрошити (уложити) за 50 н.ј. више него за пројекат П3. Такође, познато је да се у пројекат П2 не мора улагати. У том случају треба уложити најмање 200 н.ј. у пројекат П1. Ако се улаже у П2, тада се на сваке 2 н.ј. улагања у тај пројекат треба уложити 1 н.ј. у пројекат П1. Улагање 1 н.ј. у пројекте П1, П2 и П3 условиће пораст производње за 2%, 3% и 4% респективно. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Пронаћи оптимално рјешење модела ако је циљ максимални пораст производње.

**ПРОБЛЕМ 24:**

У предизборној кампањи политичка странка жели да емитује бар 130 пропагандних порука на три најјаче телевизије (Т1, Т2 и Т3). Једна порука приказана на телевизији Т1 траје пола минута, на Т2 15 секунди, а на Т3 најмање 1 минута. Одлучено је да се на телевизији Т1 емитује најмање 40 минута, на Т2 највише 50 минута, а на Т3 најмање 30 минута порука. Емитовање пропагандних порука се плаћа по утрошеном времену и то: на Т1 100 н.ј. по минути, на Т2 120 н.ј. по минути и на Т3 110 н.ј. по минути. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему, објаснити значење варијабли из модела и одредити количину минута на којој телевизији треба странка да се оглашава да би укупна цијена оглашавања била минимална.
2. Пронаћи оптимално рјешење проблема полазећи од рјешење према коме анализирамо само реалне варијабле.
3. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 25:**

Једно предузеће жели да направи план рекламирања на локалној и националној телевизији у наредној години. Предвиђено је да се емитују двије врсте рекламних спотова: спотови којим се промовише предузеће и спотови којима се рекламирају производи предузећа. Спотови намјењени промоцији предузећа на локалној и националној телевизији трају 2 и 4 минута респективно. Спот намјењен рекламирању производа на локалној телевизији траје 2 минута, а на националној телевизији 6 минута. Одлучено је да се на локалној телевизији емитује најмање 6 сати и 40 минута реклама, а на националној телевизији тачно 5 сати. Цијена емитовања једног спота за промовисање предузећа на локалној телевизији износи 9 н.ј., а на националној износи 12 н.ј., а цијена емитовања спота за рекламирање производа износи 12 н.ј. на локланој телевизији, односно 8 н.ј. на националној телевизији. Потребно је:

1. Формирати математички модел минимизације укупне цијене емитовања рекламних спотова ако је потребно да укупан број емитованих спотова за рекламирање производа буде најмање за 10 већи од укупног броја емитованих спотова за промоцију предузећа и објаснити значење варијабли из модела.
2. Пронаћи оптимално рјешење модела полазећи од рјешења према коме промоцију треба вршити тако да се емитују рекламни спотови за промовисање предузећа на локалној телевизији, прозводи на локалној телевизији и производи на националној телевизији.
3. Анализирати оптимално рјешење. Урадити једну итерацију и ако је потребно само поставити базу за наредну.
4. Записати дуални модел модела под а).

**ПРОБЛЕМ 26:**

Предузеће жели да прошири властите капцитете. Одлучили су да монтирају извјестан број машина које су једнаке или сличне постојећим. Расположиви постојећи капацитет свих машина М1 је 12000 радних сати, а машина М2 20000 радних сати. Да би се произвела јединица производа А потребно је 2 часа рада машина М1 и 2,5 часа рада машина М2. За производњу јединице производа Б потребно је по 2 сата рада машина М1 и М2. Предузеће жели да набави извјестан број нових машина М1 и М2. Расположиви годишњи фонд сати рада нове машине М1 је 800 сати, а нове машине М2 600 сати. Набавна вриједност једне машине М1 је 250000 н.ј., а машине М2 200000 н.ј. Амортизација се рачуна по стопи од 10% од набавне вриједности. Предузеће може инвестирати највише 2.500.000 н.ј. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Одредити број машина М1 и М2 којима треба проширење постојећих капацитета и количину производа А и Б која се добије на основу постојећег капацитета ако је остварена добит по јединици производа иста прије и послије намјераване инвестиције и износи по 60 н.ј. по јединици производа А и 80 н.ј. по јединици производа Б, те пронаћи оптимално рјешење полазећи од рјешења према коме треба произвести производ Б при чему је неискориштен капацитет машине М2 и гдје је потребно набавити нове машине М1. Урадити једну итерацију.
3. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 27:**

Продајно-сервисни центар намјерава да отвори погон за аутомеханичарске и аутолакирерске радове како би запослио 40 нових радника: 20 аутомеханичара и 20 аутолакирера. Утврђен је недостатак тачно 8 гарнитура алата и прибора за аутомеханичаре и 6 гарнитура за аутолакирере. На основу понуда два произвођача А и Б и консултација са техничком службом о квалитету понуђених гарнитура, утврђено је да гарнитура алата за аутомеханичаре произвођача А кошта 100 н.ј., а просјечно годишње се поквари 10% гарнитура, гарнитура алата за аутолакирере произвођача А кошта 800 н.ј., а просјечно годишње се поквари 20% гарнитура. Гарнитура алата за аутомеханичаре произвођача Б кошта 200 н.ј., а годишње се није покварила ни једна гарнитура, док гарнитура алата за аутолакирере произвођача Б кошта 1000 н.ј., а просјечно годишње се поквари 16% гарнитура.

Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Одредити структуру набавке неопходних гарнитура алата тако да се обезбиједи минималан годишњи квар алата, ако продајно-сервисни центар за набавку гарнитура може издвојити 8000 н.ј., те пронаћи оптимално рјешење примјеном симплекс табеле.
3. Анализирати добијено рјешење (у итерацији коју сте урадили).

**ПРОБЛЕМ 28:**

Управа фабрике сокова хоће да у овој години лансира нову групу производа – сокове од дуња. За ту сврху је откупљено 2000 литара каше од дуња. Ова каша не може да се искористи за неку од већ постојећих врста сокова и због тога мора у потпуности да се искористи за нове производе. Сокови од дуња ће бити у паковањима од 1 литре и производиће се у три варијанте:

* Дуња\*\*\* - која садржи 50% каше и 50% воде,
* Дуња\*\* - која садржи 40% каше, 10% шећера и 50 % воде и
* Дуња\* - која садржи 25% каше, 25% шећера и 50% воде.

На основу анализе тржишта процијењено је да до краја године може да се прода највише 6000 литара свих сокова од Дуња, а да ће Дуња\*\*\* због високе цијене моћи да се прода највише 1000 литара. Пошто управа жели да одржи имиџ произвођача квалитетних сокова, одлучено је да се сок Дуња\* произведе највише 2000 литара. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Одредити колико литара сока Дуња\*\*\*, Дуња\*\* и Дуња\* треба произвести да би укупан профит који се остварује продајом ових сокова био максималан. Профит по једном паковању сока Дуња\*\*\* је 15 н.ј., Дуња\*\* је 12 н.ј. и Дуња\* је 9 н.ј.
3. Наћи оптимално рјешење модела примјеном графичке методе.
4. Анализирати оптимално рјешење.

**ГРАФИЧКА МЕТОДА**

**- проблем минимума -**

**„ПРОБЛЕМ ОТПАДАКА“**

**ПРОБЛЕМ 29:**

У циљу припреме процеса производње, погон металопрерађивачког предузећа сјече траке ширине 50 мм и 20 мм, из ваљка лима ширине 120 мм. Погон се опредијелио за варијанте сјечења трака без отпадака по ширини. Потребе производње условљавају да се у периоду припреме процеса производње мора исјећи најмање 3.000 мм траке ширине 50 мм и најмање 6.000 мм траке ширине 20 мм. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. По којој варијанти сјећи траке из ваљка лима и коју дужину лима, под условом да се овим сјечењем обезбјеђује минималан утрошак материјала? Одредити укупну дужину ваљка лима чијим сјечењем обезбјеђујемо захтјеве у планском периоду уз минималан утрошак материјала?
3. Пронаћи оптимално рјешење примјеном графичке методе.
4. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 30:**

Предузеће П производи 3 производа (А, Б и Ц). Тржиште може апсорбовати највише 250 јединица сва три производа заједно. У процесу производње су инсталирани капацитети од 1.000 часова основне машине М. За 1 сат рада те машине произведе се 1/4 јединице производа А, 1/6 јединица производа Б и 1/5 јединица производа Ц. Капацитет машине М мора бити максимално искориштен. Технолошки услови производње намећу међузависност у производњи производа А и Б на једној страни и производа Ц на другој страни, у слиједећем смислу. Ако се не буде израђивао производа Ц, тада се мора израдити најмање 200 јединица производа А и Б заједно. Ако се буде израђивао и производ Ц, тада ће се на сваку јединицу производа Ц израдити 4 јединице производа А и Б заједно. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ максимизирање количине производа Ц и објаснити значење свих варијабли из модела.
2. Пронаћи оптимално рјешење модела под а) користећи графичку методу.
3. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 31:**

Предузеће П располаже са два постројења (I и II), на којима се израђују два различита производа (А и Б). Норматив ангажовања тих постројења у изради производа је различит, на што указују подаци у наредној табели:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Постројења** | **Количина производа која се изради за 1 сат рада постројења** | | **Расположиви капацитет постројења дневно** |
| **А** | **Б** |
| I | 1/2 | 1/4 | 60 сати |
| II | 1/3 | 1/5 | 42 сата |

Ни један производ не пролази кроз оба постројења да би био финализиран већ се у потпуности завршава на једном постројењу. Дневна производња производа А, без обзира на којим постројењима се ради, је тачно 25 одговарајућих јединица, а производа Б тачно 10 јединица. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ максимизирање искориштења капацитета постројења и објаснити значење варијабли из модела.
2. Пронаћи оптимално рјешење модела под а) кориштењем графичке методе.
3. Анализирати оптимално рјешење.

**СИМПЛЕКС ТАБЕЛА**

**- проблем максимума -**

**ПРОБЛЕМ 32:**

Након интеграције 3 предузећа газираних сокова у једно предузеће, поставио се проблем ефикасног програма производње са аспекта степена стручности расположиве радне снаге. Просјечно потребан број радника по произведеној боци газираног сока дат је у слиједећој табели:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Степен стручности** | **Просјечно потребан број радника по једној боци** | | | **Расположиви број радника** |
| **Предузеће 1** | **Предузеће 2** | **Предузеће 3** |
| III | 1 | 2 | 1 | 140 |
| IV | 0 | 1 | 0 | 50 |
| V | 0 | 1 | 2 | 100 |
| Добит по боци у н.ј. | 30 | 32 | 38 | - |

Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Одредити оптималну расподјелу производње газираних сокова по предузећима тако да укупна добит за сва предузећа буде максимална.
3. Пронаћи оптимално рјешење примјеном симплекс табеле.
4. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 33:**

У једној школи ресторан за ђаке може да ради у једној смјени само на одморима (4 мала по 5 минута и 1 велики од 15 минута). У ресторану се продају сендвичи, млијеко у чашама и земичке. Предвиђено је да у ресторану раде 1 продавац и 1 благајник. Продавац просјечно у минути услужи 2 купца сендвича и по четири купца млијека и земички, док благајник може услужити 6 купаца без обзира на предмет куповине. Утврђено је да се може продати тачно 100 земички ако се не продаје млијеко, а ако се продаје и млијеко онда се на сваку продату чашу млијека мора продати и једна земичка. Потребно је:

1. Утврдити структуру промета школског ресторана под условом да се оствари максимална добит ако се остварује добит продајом једног седвича од 25 н.ј., млијека у чашама од 20 н.ј. и једне земичке од 10 н.ј.
2. Пронаћи оптимално рјешење примјеном симплекс табеле.
3. Анализирати оптимално рјешење.

**СИМПЛЕКС ТАБЕЛА**

**- проблем минимума -**

**ПРОБЛЕМ 34: (види страну 58, проблем 75.)**

Радна јединица „Унутрашњи радови” једног грађевинског предузећа поставља тапете у новим стамбеним објектима. На тржишту је могуће набавити тапете ширине од 100 цм. Према захтјевима оперативне припреме потребно је сјећи тапете те ширине да би се добиле мање ширине и то од 40 цм, 50 цм и 60 цм. Према годишњем плану рада треба обезбједити најмање 1400 цм, 1600 цм и 800 цм ширине 40 цм, 50 цм и 60 цм респективно. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему, те пронаћи све варијанте сјечења тапета чија је ширина 100 цм ако је циљ минимизирање отпадака испод 20 цм ( ).
2. Пронаћи оптимално рјешење модела под а) применом симплекс табеле.
3. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 35: (види страну 60, проблем 78.)**

Инвестиционим програмом за увођење интегралног информационог система (IIС) у једном предузећу предвиђено је запошљавање извјесног броја специјалиста за рачунаре који ће руководити IIС-ом и припремати нове кадрове. Предвиђено је да се запосле дипл. инжињери електротехнике и дипл. економисти. Трошкови специјализације једног инжињера износе 200000 н.ј., а једног економисте 800000 н.ј. Ови стручњаци треба да контролишу припрему података за обраду и излазне податке највише 120 радних дана. На обрачунавању кадрова стручњаци морају радити тачно 90 радних дана. На овим пословима један стручњак мора провести следећи број радних дана:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Инжињер** | **Економиста** |
| Контрола података | 2 | 2 |
| Обука кадрова | 1 | 3 |

Потребни кадрови за IIС морају се обезбиједити запошљавањем стручњака са бироа за незапослене и преузимањем стручњака из сродних предузећа. Одлучено је да се на пословима IIС запосли најмање 10 стручњака са бироа (без обзира да ли је инжињер или економиста), под условом да се не преузме ниједан стручњак из сродних предузећа. Ако се буду преузимали и стручњаци из сродних предузећа, онда ће се за сваког таквог стручњака број запослених стручњака са бироа смањити за једног.

Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Одредити број дипломираних инжињера и дипломираних економиста који ће се за IIС преузети из сродних предузећа и запослити са бироа тако да трошкови специјализације буду минимални.
3. Да ли је из аспекта минималних трошкова специјализације исто: преузимати стручњаке из сродних предузећа или запошљавати оне са бироа?
4. Пронаћи оптимално рјешење модела под а) примјеном симплекс методе.
5. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 36: (види страну 59, проблем 77.)**

У предузећу треба да се израде 3 производа А, Б и Ц у количинама од тачно 200 ком., тачно 100 ком. и 250 ком. респективно. Од неколико група машина на којима ће се израђивати ови производи, 3 групе машина су уско грло, те се према њиховом расположивом фонду времена треба истражити план производње. Расположиви фонд времена износи 3.000 сати за групу машина М1, 4.000 сати за групу М2 и 6.000 сати за групу М3. За израду сваког производа могу да се примијене по два различита технолошка поступка. Нормативи времена израде ових производа у сат./ком. и трошкови израде у дин./ком. дати су у слиједећој табели:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Производ** | **А** | | **Б** | | **Ц** | |
| **Технолошки поступак** | **I** | **II** | **I** | **II** | **I** | **II** |
| Група машина М1 | 4 | 8 | 4 |  | 4 | 2 |
| Група машина М2 | 4 |  | 6 | 4 | 2 | 12 |
| Група машина М3 | 4 | 6 | 8 | 20 | 14 | 8 |
| Трошкови израде дин./ком. | 200 | 240 | 250 | 200 | 300 | 230 |

Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Истражити такав план производње коме одговарају минимални укупни трошкови израде.
3. Пронаћи оптимално рјешење модела под а) примјеном симплекс табеле.
4. Анализирати оптимално рјешење.

**ДУАЛНИ АЛГОРИТАМ**

**ПРОБЛЕМ 37:** **(види страну 61, проблем 79.)**

Статистичким истраживањем утврђено је да се у једном руднику због неадекватне старосне структуре бригада не постиже очекивана продуктивност. Због тога се приступило реорганизацији постојећих бригада. Из искуства других рудника зна се да је најпогодније да бригада броји по 8 чланова. Статистикчка анализа је показала да бригаде које чине сви радници млађи од 40 година или сви старији од 40 година ископају тону угља просјечно за 20 минута. Бригада коју чине 4 радника млађа и 4 радника старија од 40 година ископа тону угља просјечно за 15 минута, а бригада у саставу 6 радника млађих и 2 радника старија од 40 година ископа тону угља просјечно за 17 минута. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Утврдити колико којих бригада треба да се организује да би било што краће вријеме ископавања тоне угља ако је запослено 240 радника млађих и 320 радника старијих од 40 година. При формирању бригада водити рачуна да у бригаде буду укључени сви расположиви радници.
3. Израчунати оптимално рјешење применом симплекс табеле.
4. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 38:**

Металопрерађивачко предузеће производи производе А, Б, Ц и Д из лимова Л1, Л2 и Л3. Истраживањем тржишта утврђено је да се у току мјесеца мора произвести најмање 400 јединица производа А, најмање 600 јединица производа Б, најмање 400 јединица производа Ц и најмање 360 јединица производа Д. Пласман производа А, Б, Ц и Д је обезбијеђен у случају повећаног обима производње било ког производа у односу на минималну мјесечну производњу.Број јединица производа који се може добити из табле лима одређене димензије приказан је слиједећом табелом:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **А** | **Б** | **Ц** | **Д** |
| Л1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| Л2 | 3 | 1 | 1 | 2 |
| Л3 | 1 | 2 | 1 | 1 |

Трошкови набавке табле лима Л1, Л2 и Л3 износе 1400 н.ј., 800 н.ј. и 1500 н.ј. респективно. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Одредити оптималан план мјесечне набавке лимова Л1, Л2 и Л3 уз минималне укупне трошкове набавке. Одредити оптималан број јединица производа А, Б, Ц и Д у мјесечној производњи.
3. Пронаћи оптимално рјешење проблема примјеном симплекс табеле.
4. Анализирати оптимално рјешење.

**DANTZIG-ОВ АЛГОРИТАМ**

**ПРОБЛЕМ 39:**

Предузеће П планира да изврши проширење производних капацитета у три постројења (П1, П2 и П3). За ту намјену ће утрошити највише 150 одговарајућих н.ј. Одлучено је да се у прво и друго постројење уложи најмање 50 % од укупно расположивих средстава, а у друго и треће не више од 70 %. Ефекти улагања се мјере повећањем добити по јединици уложених средстава и износе: по јединици уложених средстава у постројење П1 - 0,3 н.ј., П2 - 0,5 н.ј. и П3 - 0,7 н.ј. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Пронаћи оптимално рјешење модела под а) полазећи од рјешења према коме ће се улагати у проширење капацитета ова три постројења.
3. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 40:**

Директор предузећа прави план преквалификације радника струке А, Б, Ц, и Д. Након преквалификације радници струка А, Б и Д радиће на производњи производа X кога не треба више од 100 јединица. Један радник струке А, Б и Д израдиће 4, 1 и 2 јединица производа X респективно. Разлика између броја радника струка А и Б, с једне стране и радника струка Ц и Д, с друге стране, не може бити већа од 10. Трошкови обуке радника Ц и Д заједно не могу бити већи од 45 н.ј. Трошкови обуке 1 радника струке Ц су 1 н.ј., а радника Д 3 н.ј. Процјењено је да ће се наком преквалификације повећати допринос радника наведених струка производном резултату предузећа и то: једног радника струке А - 2 јединице, струке Б - 4 јединице, сруке Ц - 5 јединица и струке Д - 4 јединице. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ максимизирање пораста доприноса радника производном успјеху предузећа и објаснити значење варијабли из модела.
2. Пронаћи оптимално рјешење проблема полазећи од рјешења према коме неће бити израђена максимална количина производа X, јер се предвиђа преквалификација радника само струка Б и Ц.
3. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРИМЈЕР 41:**

У једном погону фабрике Ф израђују се 4 производа (А, Б, Ц и Д). За израду производа А и Ц користи се капацитет машина М1, а производа Б и Д капацитет машина М2. За један сат рада машина М1, односно М2, израде се количине производа А, Б, Ц и Д како слиједи:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Машине** | **Производи** | | | | **Капацитет машина** |
| **А** | **Б** | **Ц** | **Д** |
| М1 | 1/2 |  | 1/4 |  | 800 часова |
| М2 |  | 1 |  | 1/6 | 900 часова |

На сваку јединицу производа А и Ц заједно треба израдити најмање двије јединице производа Б и Д заједно. Продајна цијена јединице производа А, Б, Ц и Д износи 10, 12, 14 и 8 н.ј. респективно. Варијабилни трошкови израде јединице производа А, Б, Ц и Д су 2 н.ј., 4 н.ј., 5 н.ј. и 2 н.ј. респективно. Фиксни трошкови производње су 15 н.ј. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ максимирање добити.
2. Пронаћи оптимално рјешење модела под а) полазећи од рјешења према коме ће се израђивати производи А, Б и Ц.
3. Анализирати оптимално рјешење.
4. Испитати да ли ће се промјенити оптимално рјешење ако се повећа капацитет машина М1 за 10%, а смањи капацитет машина М2 за 5%.

**МЕТОД РАСПОРЕДА**

**ПРОБЛЕМ 42:**

На расписан конкурс једног предузећа за попуну једног радног мјеста јавило се 6 кандидата. Операције које се обављају на тим радним мјестима су релативно сличне тако да сваки кандидат може да ради на сваком мјесту. На једном радном мјесту може се запослити 1 радни извршилац. Ефекти рада појединих радника приликом тестирања, мјерени отпатком у основном материјалу, су различити на што указују следећи подаци:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  | 20 | 15 | 18 | 16 | 18 | 16 |
|  | 14 | 19 | 20 | 21 | 20 | 21 |
|  | 21 | 20 | 19 | 14 | 19 | 20 |
|  | 13 | 16 | 19 | 20 | 19 | 16 |

Потребно је:

1. Пронаћи оптимално рјешење описаног проблема.
2. Анализирати оптимално рјешење.
3. Коментарисати да ли има већи број оптималних рјешења - ако их има више, запишите још једно.

**ПРОБЛЕМ 43:**

У једном предузећу треба у објекту механичке прераде распоредити три групе алатних машина М1, М2 и М3. Потребне површине за све три групе машина су једнаке. Свака група машина може се распоредити на било коју површину Ф1, Ф2 или Ф3. Процјене удаљености тих површина од складишта сировина С, складишта струготина О, складишта дијелова Д, као и од радионице следеће обраде Р, дате су матрицом:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 21 | 52 | 87 |  |
| А = | 28 | 70 | 105 | м |
| 45 | 14 | 49 |
|  | 97 | 63 | 29 |  |

Процјеном интензитета транспорта у тонама по дану између појединих група машина као и између њих и наведених складишта, односно радионица следеће обраде, дат је у матрици Б:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1,1 | 0,3 | 0 | 0,8 |  |
| Б = | 1,5 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | т/дан |
|  | 2,3 | 0,6 | 0,5 | 1,2 |  |

Потребно је утврдити најповољнији распоред група машина М1, М2 и М3 на површинама Ф1, Ф2 и Ф3 да би укупан транспорт у тм/дан био најмањи.

**ПРОБЛЕМ 44:**

Између Београда и Бања Луке успостављене су нове аутобуске линије које саобраћају свакодневно у оба правца. Предвиђено је да из Београда аутобуси полазе у 6 сати, 8 сати, 12 сати и 16 сати, а из Бања Луке у 4 сата, 10 сати, 14 сати и 18 сати. Познато је да вријеме путовања између Београда и Бања Луке износи 7 сати. Како треба распоредити посаде аутобуса (возач и кондуктер) према мјестима сталног боравка ако је циљ да одсуства посада ван сталног мјеста боравка буду што мања?

**ТРАНСПОРТНИ МОДЕЛИ И МЕТОДЕ**

**ПРОБЛЕМ 45:**

Три рудника Р1, Р2 и Р3 снабдјевају угљем 4 града А, Б, Ц и Д. Дневна производња угља у рудницима је 350 тона, 520 тона и 630 тона респективно. Дневна тражња за угљем у градовима је 240 тона, 420 тона, 530 тона и 310 тона респективно. На основу удаљености између појединих рудника и градова и важеће тарифе превозника транспортни трошкови по тони произведеног угља на релацији  износе:



Потребно је:

а) Методом сјеверозападног угла одредити почетно базично рјешење.

б) Кориштењем модификоване методе одредити оптимални програм трнспорта угља из рудника у градове за који ће укупни транспортни трошкови бити минимални.

в) Анализирати оптимални план.

**ПРОБЛЕМ 46:**

Једно пољопривредно прдузеће планира да засије 3 културе (К1, К2 и К3) на површинама од 2000 ха, 500 ха и 2500 ха респективно. Расположиве ораничне површине су подјељене по квалитету земљишта у 3 категорије З1, З2 и З3 и износе 1500 ха, 3500 ха и 1000 ха респективно. Приноси који се остваре различити су у зависности од тога на којој врсти земље се узгаја поједина култура и износе (у тонама):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | З1 | З2 | З3 |
| К1 | 27 | 35 | 40 |
| К2 | - | 25 | 20 |
| К3 | 40 | 21 | 27 |

Култура К2 се не смије сијати на земљи З1. Земља З1 је таквог квалитета да не смије остати необрађен нити један ха.

1. Пронаћи почетно базично могуће рјешење примјеном методе јединичних коефицијената.
2. Пронаћи оптимално рјешење примјеном модификоване методе.
3. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 47:**

Из два угљенкопа Р1 и Р2 врши се испорука угља у 4 потрошачка центра (Ц1, Ц2, Ц3 и Ц4). Дневне могућности испоруке из Р1 и Р2 су по 60 тона. Потражња појединих потрошача је Ц1 = 20 т, Ц2 = 40 т, Ц3 = 60 т и Ц4 = 30 т. Зарада по тони угља који се транспортује на појединим релацијама износе:

|  |  |
| --- | --- |
| Р1 – Ц1 = 2 н.ј. | Р2 – Ц3 = 6 н.ј. |
| Р1 – Ц3 = 5 н.ј. | Р2 – Ц4 = 3 н.ј. |
| Р1 – Ц4 = 4 н.ј. |  |

На релацијама Р1 – Ц2, Р2 – Ц1 и Р2 – Ц2 остварује се губитак од 3 н.ј., 1 н.ј. и 2 н.ј. респективно. Потребно је:

1. Пронаћи оптимални план испоруке угља кориштењем дијагоналне и модификоване методе.
2. Израчунати интервал унутар којег се може кретати јединична зарада на релацији Р2 – Ц4, а да се не промјени оптимално рјешење.
3. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 48:**

Из три рудника (П1, П2 и П3) врши се испорука угља у три потрошачка центра (Ц1, Ц2 и Ц3). Максимална производња рудника је: П1 = 1000 тона, П2 = 1500 тона и П3 = 1800 тона дневно. Дневне потребе потрошачких центара Ц1, Ц2 и Ц3 су 800 тона, 1200 тона и 1400 тона респективно. Према споразуму рудника и потрошача на следећим релацијама ће се испоручити свакодневно следеће количине:

|  |
| --- |
| П1 – Ц3 = 1000 тона |
| П2 – Ц1 = 800 тона |
| П2 – Ц3 = 400 тона |
| П3 – Ц2 = 1200 тона |

Уколико се транспорт буде вршио на следећим релацијама: П1 – Ц1, П1 – Ц2, П2 – Ц2, П3 – Ц1 и П3 – Ц3 доћи ће до смањења укупне зараде за 6 н.ј., 4 н.ј., 4 н.ј., 2 н.ј. и 2 н.ј. по једној тони угља респективно. Вриједност реалних дуалних варијабли које се односе на руднике су: 0, - 2 и 2, а које се односе на потрошачке центре: 10, 10 и 8 респективно.

Потребно је:

1. Пронаћи оптимално рјешење полазећи од споразума рудника и потрошача.
2. Анализирати оптимално рјешење.
3. Испитати да ли ће се промјенити оптимално рјешење ако се зарада по једној тони угља која се испоручује на релацији П3 – Ц1 повећа за 2 н.ј.
4. Ако у случају под ц) има више оптималних рјешења пронађите још 2.

**ПРОБЛЕМ 49:**

Потребно је утврдити оптималну локацију пекара тако да укупни трошкови производње и транспорта буду минимални. Предложене су 4 локације пекара са просјечним трошковима прераде 1 кг брашна од 350 н.ј., 360 н.ј., 320 н.ј. и 310 н.ј. респективно. Постоје и 3 млина М1, М2 и М3 који брашном снабдјевају пекаре и њихов капацитет је 1600 кг, 1400 кг и 2500 кг дневно респективно. Предвиђа се да ће пекаре дневно прерађивати 700 кг, 2000 кг и 3000 кг респективно. Раздаљине у километрима од појединих млинова до пекара дате су табелом:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | П1 | П2 | П3 | П4 |
| М1 | 8 | - | 21 | 2 |
| М2 | 16 | 13 | 7 | 9 |
| М3 | 18 | 4 | 11 | 20 |

Транспорт брашна би обављало транспортно предузеће које је доставило своје тарифе по кг превезене робе:

|  |
| --- |
| 0 – 5 км= 5 н.ј. |
| 6 – 10 км= 8 н.ј. |
| 11 – 15 км= 11 н.ј. |
| 16 – 20 км= 15 н.ј. |

Транспортно предузеће је обавијестило да не може ни на који начин извршити трнспорт од млина М1 до локације П2 што су заинтересовани млинови и пекаре прихватили.

Потребно је одредити оптималне локације пекара као и њихове капацитете под условом да се остваре минимални укупни трошкови транспорта и прераде брашна.

**РАЗНИ ЗАДАЦИ**

**ПРОБЛЕМ 50:**

Предузеће за производњу производа широке потрошње жели да састави план производње, односно жели да одреди оптималан асортиман. Постоји могућност да се произведу два производа П1 и П2. Производи се обрађују на машини чији је капацитет 16 часова. За један час рада машине обради се 1/2 производа П1 и јединица производа П2. За производњу оба производа потребна је сировина С и то у количинама по један килограм по јединици производа. Расположива количина сировине С је 10 килограма. Производња П1 захтјева и набавку друге сировине Т у количини од 7 јединица, из чије се једне јединице изради јединица овог производа. Док се производ П1 може продати у неограниченим количинама, дотле за производ П2 постоји тражња само у висини од 6 јединица. Пропорционални трошкови изосе 1 н.ј., односно 2 н.ј. респективно. Фиксни трошкови износе 1 н.ј. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ минимизирање укупних трошкова и објаснити значење варијабли из модела.
2. Пронаћи оптимално рјешење под а) примјеном графичке методе.
3. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 51:**

У предузећу трикотаже производе се три врсте џемпера А, Б и Ц. За производњу се користи вунено предиво у количинама 4 јединице, 8 јединица и 5 јединица по комаду, респективно. Набавна служба предузећа обезбједила је 1800 јединица предива. Предиво се прво предаје погону П1 (за плетење) из којег прелази у погон П2 (ради шивења). У току пробне производње погони су радили по 30 часова на свакој врсти производа и произведен је следећи број комада џемпера:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Врста производа**  **Погон** | **А** | **Б** | **Ц** |
| П1 | 15 | 5 | 30 |
| П2 | 30 | 5 | 10 |

Капацитети су, редом, 620 часова и 900 часова. Капацитет погона П1 се користи у потпуности. Купци су доставили поруџбине за 115 комада, 218 комада, 64 комада, 39 комада, 232 комада, 109 комада и 23 комада свих производа заједно.

Није обавезно да се поруџбинама у потпуности удовољи, али веће количине и није могуће пласирати на тржишту. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ максимизирање укупног прихода и објаснити значење варијабли из модела.
2. Пронаћи оптимални програм производње користећи графичку методу.
3. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 52:**

Предузеће X треба да производи дава производа (А и Б) у своја два погона (П и Р). Према инвестиционом програму, дневни капацитет машина у погону П износи 80 часова и он не мора бити кориштен у потпуности. Међутим, капацитет машина у погону Р, од 180 часова рада дневно, мора бити кориштен у поптуности. Свака машина у погону П радиће 10 часова дневно, а у погону Р 8 часова дневно. Амортизација једне машине у погону П износи 90 н.ј., а у погону Р 60 н.ј. дневно. Јединица производа А може се произвести у погону П за 1 час рада, а у погону Р за два часа рада, док се јединица производа Б може произвести у погону П за два часа рада, а у погону Р за три часа рада машина. На сваке три јединице производа А мора се произвести најмање једна јединица производа Б. По јединици производа А оствариће се добит од 15 н.ј., а по јединици производа Б 9 н.ј. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Пронаћи једно од базично могућих рјешења примјеном симплекс табеле (урадити двије итерације).
3. Анализирати добијено рјешење (у итерацији коју сте урадили).

**ПРОБЛЕМ 53:**

Производ А се монтира из два дијела Д1 и Д2 (што значи да се мора произвести једнак број дијелова Д1 и Д2). Сваки од ових дијелова може се произвести као финални производ једнофазном обрадом на некој од расположивих машина С1 и С2. На машини С1 може се за један сат рада произвести 3 јединице дијела Д1 и 5 јединица дијела Д2. На машини С2 могу се за један сат произвести 2 јединице дијела Д1 и 4 јединице дијела Д2. Расположиви мјесечни фонд сати рада машина је 300 сати, односно 350 сати респективно.

Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ максимизирање кориштења капацитета обје машине и објаснити значење варијабли из модела. Потребно је одредити колико се којих дијелова Д1 и Д2, односно производа А, може максимално произвести заједничким радом машина С1 и С2.
2. Пронаћи оптимално рјешење модела под а) полазећи од рјешења према коме ће се производити производ А од дијела Д2 на машинама С1 и С2 и дијела Д1 на машини С1.
3. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 54:**

Једно предузеће намјерава да реконструише, модернизује или интезивира кориштење властитих погона. За оцјену ефеката улагања кориштена је стопа непосредне рентабилности:

гдје су:

- стопа непосредне рентабилности,

- прираштај добити у -том погону,

- обим уложених средстава у -ти погон.

У инвестиционом програму оцијењено је да стопе непосредне рентабилности улагања у различитим погонима износе:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **ПОГОН** | **I** | **II** | **III** |
| (у %) | 30 | 40 | 50 |

За реализацију намјераване инвестиције предузеће може обезбједити највише 200 милиона марака. Степен отписаности опреме у првом и другом погону је врло висок (преко 80%), па је одлучено да се у њих инвестира најмање 90% укупних средстава. Пошто трећи погон има инсталирану опрему новије производње, одлучено је да се инвестира само у трајна обртна средства и то највише 15% од укупних средстава. С обзиром на зависност производње погона I и погона III, одлучено је да се на сваке 4 марке уложене у погон I уложи 1 марка у погон III.

Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Одредити оптималан распоред средстава тако да укупно повећање добити буде максимално.
3. Пронаћи оптимално рјешење користећи симплекс табелу (урадити двије итерације).
4. Анализирати добијено рјешење.

**ПРОБЛЕМ 55.**

Предузеће производи два различита типа опасача А и Б. А је бољег квалитета од Б. Предузеће располаже са 200 радних часова за производњу тих опасача. Производња једног опасача тражи ангажовање 0,4 радна часа за тип А, док се за 1 радни час изради 5 опасача типа Б. Набавка коже дозвољава дневну производњу највише 800 опасача без обзира на тип, а оба опасача садрже исту количину коже. Дневно је на располагању највише 500 копчи за тип А, а потребно је дневно минимално 200 копчи за тип Б. Продајом типа А остварује се 20 н.ј. добити, а продајом типа Б 15 н.ј. добити. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Пронаћи оптимално рјешење модела под а) примјеном графичке методе ако је потребно утврдити колико предузеће треба да произведе дневно сваког типа опасача А и Б да би се остварила максимална дневна добит.
3. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 56:**

Индустријско предузеће П планира набавку три нове машине (М1, М2 и М3). На машинама М1 и М2 треба израдити у току године најмање 15 т производа Р. На производњу 1 т производа Р треба утрошити 1/4 годишњег капацитета машине М1 и 1/2 капацитета машине М2. Набавна вриједност све три машине износи тачно 55000 н.ј. Набавне вриједности по једној машини М1, М2 и М3 износе 12000 н.ј., 7000 н.ј. и 1000 н.ј. респективно. Машине М1 и М2 се користе, такође, за дораду сировине Т од које се израђује друга врста производа. У току године дана треба припремити највише 18 т сировине Т. Укључивањем машина М1 и М2 у производни процес доћи ће до пораста укупне добити и то по једнојмашини М1 за 1 н.ј., а М2 за 2 н.ј.

Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ максимизирање добити која ће се остварити укључивањем машина М1 и М2 у производњу и објаснити значење варијабли из модела.
2. Пронаћи оптимално рјешење модела користећи графичку методу.
3. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 57:**

Фабрика намјештаја је склопила уговор којим се обавезује да опреми пословни простор површине 250 м2 столовима и столицама. Фабрика располаже са дрвеним столовима тежине 40 кг и цијене 90 н.ј. по комаду, пластичним столовима тежине 30 кг и цијене 70 н.ј. по комаду, дрвеним и пластичним столицама тежине 20 кг и 10 кг и цијене 66 н.ј. и 40 н.ј. по комаду респективно. Сваки сто заузима по 2 м2 простора, а свака столица по 1 м2 простора. Уговором је предвиђено да испоручени намјештај треба да буде тежак бар 3000 кг. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему, објаснити значење варијабли из модела и одредити са колико столова и столица и које врсте ће фабрика опремити пословни простор да би њихова укупна цијена била минимална и ако се захтијева да укупан број столова буде једнак укупном броју столица. Површина пословног простора не мора бити у потпуности попуњена.
2. Пронаћи оптимално рјешење модела полазећи од рјешења према коме базу чини изравнавајућа варијабла из првог ограничења, броје дрвених столица и број дрвених столова које предузеће треба да набави.
3. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 58:**

Једна коксара може да користи мјешавину четири врсте угља по двије технолошке операције Т1 и Т2. Угаљ се добија у ограниченим количинама из појединих рудника Рi (i = 1, 2, 3 и 4) капацитета 200 тона, 500 тона, 800 тона и 100 тона мјесечно, респективно. Поједине технолошке операције захтјевају:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Тех. операција**  **Сировина** | **Т1** | **Т2** |
| Р1 | 4 | 6 |
| Р2 | 6 | 2 |
| Р3 | 3 | 4 |
| Р4 | 2 | 4 |

Као резултат хемијских процеса извршених по првој технолошкој операцији добијамо 20 м2 гаса и 10 тона кокса, а по другој технолошкој операцији 30 м2 гаса и 6 тона кокса. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ утврдити при којој комбинацији техничких операција можемо постићи максималну производњу кокса, ако узмемо у обзир да је мјесечна производња континуелна, односно нон-стоп током дана, а да је трајање технолошког процеса Т1-10 часова и Т2-15 часова. **Напомена**: узети мјесец као 30 дана, с тим да се не морају сви дани користити за рад. Објаснити значење варијабли из модела.
2. Пронаћи оптимално рјешење модела под а) применом графичке методе.
3. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 59:**

Предузеће производи два производа А и Б. Производи А и Б се израђују на машини М1 чији је капацитет 160 часова. За један сат рада машине произведе се 1/40 производа А и 1/20 производа Б. Капацитет машине мора бити максимално искориштен. За производе А и Б користи се домаћа сировина. Од једног килограма домаће сировине изради се 1/2 производа А и 1/6 производа Б. Расположива количина сировине је 24 тоне. Тржиште може апсорбовати највише 15 комада производа А. Пласман производа Б је ограничен и износи највише 3 комада. Пропорционални трошкови производње су 1 н.ј. по јединици производа А и Б, фиксни трошкови износе 10 н.ј.

Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ минимизирање укупних трошкова и објаснити значење варијабли из модела.
2. Пронаћи оптимално рјешење модела под а) користећи графичку методу.
3. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 60:**

У једном програму фабрике "Ф" израђују се три производа (П1, П2 и П3). Тржиште не може да апсорбује више од 1500 комада сва три производа заједно. Производи П1 и П2 се израђују на машини М1, тако да се за један час рада ове машине изради 1/2 и 2 комада производа П1 и П2 респективно. С друге стране, производи П2 и П3 обрађују се на машини М2, тако да се комад производа П2 произведе за 1/2 сата, а производ П3 за један сат. Капацитет машине М1 је 800 сати, а машине М2 1000 сати. Потребно је:

1. Записати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ максимизирање искориштеног капацитета машина М1 и М2 заједно и објаснити значење варијабли из модела.
2. Пронаћи оптималан програм израде сва три производа полазећи од рјешења према коме тржишту неће бити испоручена максимална количина од 1500 комада, јер ће се производити само производи П1 и П2.
3. Анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 61:**

Двије нијансе наранџасте боје праве се мјешавином црвене и жуте боје и лака. Једна кутија прве нијансе тешка је 5 кг, а добије се мјешањем 1 кг црвене боје, 3 кг жуте боје и 1 кг лака, а кутија дргуе нијансе тешка је 5,2 кг, а прави се мјешањем по 2 кг црвене и жуте боје и 1,2 кг лака. Цијена једне кутије прве нијансе је 7 н.ј., а друге нијансе 8 н.ј. На располагању је 6 кг црвене боје, 10 кг жуте боје и 4 кг лака.

Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Одредити колико кутија које нијансе треба направити тако да њихов укупни приход од продаје буде максималан користећи графичку методу.
3. Анализирати оптимално рјешење.
4. Шта ће се десити са оптималним рјешењем ако се постави услов да мора бити расположиво најмање 4 кг лака?

**ПРОБЛЕМ 62:**

Два производа П1, П2 производе се на једној машини са капацитетом 24 сата, уз кориштење људског рада од 16 сати и тржишним ограничењем од тачно 10 комада на производ П2. При томе за једну јединицу производа П1 потребно је 1 сат рада машина и 1 сат људског рада уз трошкове од 80 н.ј., а за једну јединицу производа П2 потребно је 2 сата рада машина и 1 сат људског рада уз трошкове од 90 н.ј. Продајна цијена производа П1 је 100 н.ј., а производа П2 је 120 н.ј. Потребно је формирати модел који одговара описаном проблему; ако је циљ максимирање профита.

**ПРОБЛЕМ 63:**

Марија се бави грнчарством и прави шоље и тањире. Да би се направила шоља, потребно је 6 минута, док је за тањир потребно 3 минута. При прављењу шоље потроши се 75 грама, док се за тањир потроши 100 грама глине. Уколико има 20 сати на располагању за израду свих производа и 250 кг глине а зарада коју оствари износи 2 еура по свакој шољи и 1.5 еура по тањиру, колико шоља и тањира треба да направи како би остварила максималну зараду?

**ПРОБЛЕМ 64:**

У неком предузећу производе се три производа П1, П2, П3 на бази сировина С1 и С2, при чему је за једну јединицу производа П1 потребно је 2кг сировине С1 и 1кг сировине С2, за једну јединицу производа П2 потребно је 1кг сировине С1 и 2кг сировине С2, а за једну јединицу производа П3 потребно 3кг сировине С1 и 2кг сировине С2. Тржишна цијена 1кг сировине С1 је 100 н.ј., а тржишна цијена 1кг сировине С2 је 200 н.ј. Предузеће мјесечно треба произвести барем 10 комада производа П1, барем 15 комада производа П2 и барем 20 комада производа П3. Потребно је формирати модел који одговара описаном проблему; ако је циљ минимизирати трошкове пословања.Расположива количина сировине С1 је 1.000 кг, а С2 је 2.000 кг.

**ПРОБЛЕМ 65:**

У погону једног предузећа израђују се 3 производа А, Б и Ц на машини која ради 3 смјене по 8 часова. У свакој смјени прави се пауза од 30 минута. У току 20 минута изради се јединица производа А, за 30 минута јединица производа Б а за јединицу производа Ц треба 40 минута. Производа А и Б заједно треба урадити за 10 јединица више него производа Ц. Производа А може бити највише за 20 % више него производа Б.

Потребно је:

а) формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ максимирање капацитета машине;

б) пронаћи оптимално рјешење модела под а) примјеном графичке методе;

в) анализирати оптимално рјешење.

**ПРОБЛЕМ 66:**

У погону ″П″ инсталисана је машина чији капацитет представља уско грло производње. Расположиви капацитет те машине користи се за израду производа А и Б. Од укупно расположивог капацитета користи се 1%, односно 2%, за израду јединице производа А, односно Б. Расположиви капацитет треба потпуно искористити . Да би се отклонило уско грло, планира се набавка нових машина. За те потребе планирано је 5000 н.ј. Производа А, односно Б треба израдити најмање 80, односно 90 јединица. Добит по једном производу А, односно Б износи 10, односно 8 н.ј. Амортизација једне машине М износи 20 н.ј.

Потребно је:

а) формирати модел ЛП за проширење капацитета машине М и оптимализацију производног програма; ако је циљ максимизирање добити;

б) пронаћи оптимално рјешење; користити графичку методу;

в) анализирати добијено рјешење.

**ПРОБЛЕМ 67:**

Једно предузеће производи производе , ,  и  из једне врсте лимова стандардних димензија. Утврђено је да се производа  треба произвести мјесечно највише толико колико ће се произвести производа (узети у обзир да на залихама има 100 јединица производа ), из разлога што се производ  може и самостално продавати за разлику од  који се може продавати само везано са . За сваку јединицу производа , ,  и  потребно је утрошити по једну таблу лима стандардних димензија. На складишту се просјечно мјесечно може обезбједити 200 табли лима. Производи , ,  и  се производе на истој машини М која се дневно може користити у двије смјене по 8 сати. Мјесечно се ради 22 дана. За један сат рада машине изради се јединица производа  и  и пола јединице  и .

Потребно је:

а) формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему; објаснити значење варијабли из модела; потребно је одредити оптималан мјесечни план производње ако се по појединим производима остварује респективно 10, 8, 16 и 14 н.ј. добити;

б) пронаћи рјешење (једну итерацију) модела под а) полазећи од рјешења према коме неће бити израђена цјелокупна количина производа  јер ће се производити и производи  и в) анализирати добијено рјешење.

**ПРОБЛЕМ 68:**

Производи А, Б и Ц пролазе кроз двије критичне фазе искориштења капацитета, и то при обради на машини I и II. У току пробне производње свака машина је радила по 120 часова за производњу сваког производа, и за то вријеме произведен је слиједећи број комада појединих производа:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Машине | Производи | | |
| А | Б | Ц |
| I | 60 | 24 | 30 |
| II | 30 | 15 | 20 |

Капацитети за производњу ових производа износе 3750 часова на машини I и 6400 часова на машини II. Капацитет машине II мора се у потпуности искористити. За производ А се поставља ограничење пласмана на највише 250 комада. Продајне цијене износе 25, 45 и 40 н.ј. по комаду производа, респективно. Пронаћи оптимално рјешење ако је циљ максимирање укупног прихода.

**ПРОБЛЕМ 69:**

Припремно одјељење у једном предузећу мора произвести у једном мјесецу тачно 40 дјелова А, најмање 62 дјела Б и најмање 20 дјелова Ц, да би остала одјељења могла несметано обављати производњу. Одјељење припрема дјелове А, Б и Ц обрадом материјала М по варијантама 1, 2, 3 и 4. Из јединице материјала М могу се добити: по варијанти 1. три дјела Б и један дио Ц, уз отпадак од 1 кг; по варијанти 2. само 4 дјела Ц, уз отпадак од 4 кг; по варијанти 3. два дјела А и три дјела Б, уз отпадак од 3 кг; по варијанти 4. један дио А, два дијела Б и један дио Ц, уз отпадак од 2 кг.

Потребно је:

а) формирати модел који одговара описаном проблему; објаснити значење варијабли из модела; циљ је минимизирање отпатка;

б) користити симплекс табелу (двије итерације);

в) анализирати добијено рјешење.

**PROBLEM 70:**

Произвођач производи двије врсте бетона. Свака врећа висококвалитетног бетона садржи 10 кг шљунка и 5 кг цемента, док свака врећа нискоквалитетног бетона садржи 12 кг шљунка и тачно 3 кг цемента. У складишту постоји 1.920 кг шљунка и 780 кг цемента. Произвођач остварује зараду од 1,20 $ за сваку врећу висококвалитетног, а 1,00 $ за сваку врећу нискоквалитетног бетона и жели одредити колико врећа треба произвести једнога и другога из доступних сировина за највећу зараду.

Написати математички модел.

**PROBLEM 71:**

У магацину се налази 48 јелки и 2.556 украса за јелку, којима треба украсити продавнице. Већу продавницу треба украсити са четири јелке и 222 украса, а мању са две јелке и 118 украса. Колико већих, а колико мањих продавница може да се украси јелкама и украсима из магацина, ако циљ израчунати укупан број продавница?

Написати математички модел.

**ПРОБЛЕМ 72:**

Три породице желе да направе колаче од јаја (Ј), шећера (С), ораха (О) и тајних састојака. Један килограм колача породице Кремпитић кошта 45 динара, породице Тулумбић 60 динара, а породице Ролатић 55 динара. У 1 кг колаћа породице Кремпитић треба да буде 6 (Ј), 100 г (С) и 200 г (О); у 1 кг колача породице Тулумбић треба да буде 10 (Ј), 200 г (С) и 250 г (О); у 1 кг колача породице Ролатић треба да буде 8 (Ј), 180 г (С) и 300 г (О). Расположиве количине јаја су 200 комада, шећера 5 килограма, а ораха 4 килограма. По колико килограма колача свака породица може да направи, а да укупна зарада буде максимална?

Написати математички модел.

**ПРИМЈЕРИ СА ИСПИТНИХ РОКOВА**

**ЕКОНОМСКО-МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛИ И МЕТОДЕ**

**1. КОЛОКВИЈ 09042014 ГРУПА А**

1. Предузеће „X“ се одлучило да производи два производа А и Б. Тржиште не може да апсорбује више од 1000 комада производа А и Б. Приход од производа А износи 20 н.ј., а од производа Б 25 н.ј. Предузеће је одлучило да ће производити најмање 600 комада производа А, ако се не буде производио производ Б. Међутим, ако се буде производио и производ Б, тада ће се на сваких 5 јединица производа Б производити 3 јединице производа А. Варијабилни трошкови за производ А износе 12 н.ј., а за производ Б 15 н.ј. Производи А и Б се израђују на групи машина М1. За један сат рада машина произведу се 2 јединице производа А, док се јединица производа Б произведе за 4 сата рада машина. Капацитет машина М1 износи 1.200 сати и не мора се у потпуности искористити. Потребно је:
2. фомирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему; објаснити значење варијабли из модела.
3. пронаћи оптимално рјешење модела под а) користећи графичку методу ако је циљ максимизирање добити предузећа.
4. анализирати оптимално рјешење.
5. За производњу производа П користе се три врсте материјала Т1, Т2 и Т3. Свих врста материјала Т1, Т2 и Т3 мора се набавити најмање 800 комада. Цијена набавке материјала Т1 износи 5 н.ј., материјала Т2 износи 7 н.ј. и материјала Т3 износи 6 н.ј. Не може се утрошити више од 10.000 н.ј. за набавку материјала. Обрада материјала се врши на машинама М1 чији капацитет износи 1.500 сати рада. Једна јединица материјала Т1 обради се за 4 сата рада машина М1, једна јединица материјала Т2 обради се за 1 сат рада машина М1, док се за 1 сат рада машина обради 1/3 материјала Т3. Потребно је:
   1. фомирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ минимизирање трошкова набавке материјала; објаснити значење варијабли из модела.
   2. пронаћи оптимално рјешење модела полазећи од рјешења према коме се неће утрошити 10.000 н.ј. за набавку материјала, а набављаће се материјали Т1 и Т3. Урадити једну итерацију и поставити базу за другу итерацију. (Студенти који желе већу оцјену требају пронаћи оптимално рјешење).
   3. Коментарисати добијено рјешење у првој итерацији (студенти који желе већу оцјену требају израчунати оптимално рјешење и коментарисати да ли постоји више оптималних рјешења и ако их има, написати још једно).
6. Три рудника (Р1, Р2 и Р3) праве план испоруке угља у три града (Г1, Г2 и Г3). Договорено је са трговачким предузећима да се роба из рудника Р1 испоручи тако да на залихама не остане нити једна тона, што се може десити са рудницима Р2 и Р3. Максимални производни капацитети по рудницима износе Р1=20 т, Р2=30т и Р3=40т, док су потребе градова Г1=40т, Г2=30т и Г3=10т. Рудници су саставили слиједећи план испоруке угља: из рудника Р1 испоручиће се 20 т у град Г1, из рудника Р2 испоручиће се 30 т у град Г2 и из рудника Р3 испоручиваће се у градове Т1  и Т3. Израчунати су трошкови транспортовања по 1т угља на слиједећим релацијама: из рудника Р1 у град Г1 износе 9 н.ј., из рудника Р2 у град Г2 износе 9 н.ј. и из рудника Р3 у град Г3 износе 9 н.ј. Такође, познато је и слиједеће: ако се врши транспорт на релацији из Р1 у Г2 долази до опадања укупних трошкова за 3 н.ј по тони, из Р1 у Г3, долази до опадања укупних трошкова за 2 н.ј. по тони, из Р2 у Г1 долази до раста укупних трошкова за 1 н.ј. по тони, из Р2 у Г3 долази до раста укупних трошкова за 1 н.ј. по тони и из Р3 у Г2 долази до опадања укупних трошкова за 1 н.ј. по тони, респективно. Вриједност реалних дуалних варијабли које се односе на руднике износе: Р1 = 0, за Р2 = -2 и за Р3 = -2.

Потребно је:

1. Записати транспортни модел датог проблема у скаларној нотацији.
2. Пронаћи два рјешење транспортног модела полазећи од рјешења које одговара плану који су направили рудници (студенти који желе већу оцјену требају пронаћи оптимално рјешење модела).
3. Анализирати добијено рјешење (студенти који желе већу оцјену требају анализирати оптимално рјешење и коментарисати колико оптималних рјешењa има и на основу чега сте дошли до таквог закључка).

**ЕКОНОМСКО-МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛИ И МЕТОДЕ**

**1. КОЛОКВИЈ 09042014 ГРУПА Б**

1. Један рудник се бави ископом двије врсте угља А и Б. Рудник остварује 30 н.ј. прихода по свакој ископаној тони угља А и 25 н.ј. прихода по свакој ископаној тони угља Б. На располагању су машине типа М1 које ће радити најмање 1000 сати. За ископ 1т угља А потребна су 4 сата рада машина, док се 2т угља Б ископају за 1 сат рада машина. Не може се ископати више од 500 тона угља А, нити више од 300 тона угља Б. Рудник је одлучио да ће ископати највише 300 тона угља А ако се не буде ископавао и угаљ Б. Међутим, ако се буде ископавао и угаљ Б, онда ће се на сваке 2 јединице угља А ископати и 4 јединице угља Б. Варијабилни трошкови по једној јединици угља Б износе 20 н.ј., а угља А 20 н.ј. Потребно је:
   1. Фомирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
   2. Одредити оптимално рјешење модела користећи графичку методу ако је циљ максимизирати добит предузећа.
   3. Анализирати оптимално рјешење.
2. Предузеће производи производе А, Б и Ц. За производњу се користе групе машина М1 и М2. За производњу једне јединице производа А потребно је 2 сата рада машина М1, за једну јединицу производа Б потребна су 3 сата рада машина М1 и за 1 сат рада машина М1 произведу се 2 јединице производа Ц. Јединица производа А, Б и Ц на машинама М2 се произведе за 3 сата, 2 сата и 4 сата, респективно. Капацитет машина М1 износи 2000 сати, а машина М2 1500 сати. За производњу производа користи се сировина С које на располагању има најмање 500 тона. За јединицу производа А потребне су 3 тоне сировине С, за јединицу производа Б потребна је 1 тона сировине С и за јединицу производа Ц потребне су 2 тоне сировине С. Трошкови израде производа А, Б и Ц износе 10 н.ј., 8 н.ј. и 9 н.ј., респективно. Потребно је:
   1. Фомирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ минимизирање трошкова производње и објаснити значење варијабли из модела.
   2. Пронаћи рјешење модела полазећи од рјешења према коме се неће искористити капацитети машина М1 и М2 у потпуности и према коме ће се производити производ Б. Урадити једну итерацију и поставити базу за другу итерацију. (Студенти који желе већу оцјену требају пронаћи оптимално рјешење).
   3. Коментарисати добијено рјешење у првој итерацији. (Студенти који желе већу оцјену требају коментарисати и оптимално рјешење и дефинисати да ли постоји више оптималних рјешења и образложити свој одговор).
3. Једно предузеће прави план испоруке своје робе из три погона П1, П2 и П3 у три трговачка центра Т1, Т2 и Т3. Договорено је са трговачким предузећима да се роба из погона П1 испоручи тако да на залихама не остане нити једна тона што се може десити са погонима П2 и П3. Максимални производни капацитети по погонима износе П1=20 т, П2=30т и П3=40т, док су потребе трговачких предузећа Т1=40т, Т2=30т и Т3=10т. Фабрика је саставила слиједећи план испоруке: из П1 испоручиће се 20 т у Т1, из П2 испоручиће се 30 т у Т2 и из П3 испоручиваће се у Т1 и Т3 . Израчунати су трошкови транспортовања по 1т робе на следећим релацијама: из П1 у Т1 износе 9 н.ј., из П2 у Т2 износе 9 н.ј. и из П3 у Т3 износе 9 н.ј. Такође, познато је и слиједеће: ако се врши транспорт на релацији из П1 у Т2 долази до опадања укупних трошкова за 3 н.ј по тони, из П1 у Т3, долази до опадања укупних трошкова за 2 н.ј. по тони, из П2 у Т1 долази до раста укупних трошкова за 1 н.ј. по тони, из П2 у Т3 долази до раста укупних трошкова за 1 н.ј. по тони и из П3 у Т2 долази до опадања укупних трошкова за 1 н.ј. по тони, респективно. Вриједност реалних дуалних варијабли које се односе на погоне износе: П1 = 0, П2 = -2 и за П3 = -2.

Потребно је:

1. Записати транспортни модел датог проблема у скаларној нотацији.
2. Пронаћи два рјешење модела полазећи од рјешења које одговара плану који је направила фабрика (студенти који желе већу оцјену требају пронаћи оптимално рјешење модела).
3. Анализирати добијено рјешење (студенти који желе већу оцјену требају анализирати и оптимално рјешење и коментарисати колико оптималних рјешењa има и на основу чега сте дошли до таквог закључка).

**ПОПРАВНИ ПРВИ КОЛОКВИЈ 12.09.2014. ГОДИНЕ**

1. У предузећу трикотаже производе се три врсте џемпера А, Б и Ц. За производњу се користи вунено предиво у количинама 4 јединице, 8 јединица и 5 јединица по комаду, респективно. Набавна служба предузећа обезбједила је 1800 јединица предива. Предиво се прво предаје погону П1 (за плетење) из којег прелази у погон П2 (ради шивења). У току пробне производње погони су радили по 30 часова на свакој врсти производа и произведен је слиједећи број комада џемпера:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Врста произ.**  **Погон** | **А** | **Б** | **Ц** |
| П1 | 15 | 5 | 30 |
| П2 | 30 | 5 | 10 |

Капацитети су, редом, 620 часова и 900 часова. Капацитет погона П1 се користи у потпуности. Купци су доставили поруџбине за 115 комада, 218 комада, 64 комада, 39 комада, 232 комада, 109 комада и 23 комада свих производа заједно. Није обавезно да се поруџбинама у потпуности удовољи, али веће количине и није могуће пласирати на тржишту. Потребно је: Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ максимизирање укупног прихода и објаснити значење варијабли из модела. Пронаћи оптимални програм производње користећи графичку методу. Анализирати оптимално рјешење.

1. Једна пивара има двије производне линије за пуњење боца пива од 0,33 л и 0,5 л. На линији један за минут се може напунити 180 боца од 0,33 л и 120 боца од 0,5 л. Линија 2, с обзиром на застарјелост опреме, има мањи учинак тако да може пунити 120 боца у минути од 0,33 л и 60 боца од 0,5 л. Овје линије раде у двије смјене по 8 часова. С обзиром на то да пивара ћели да користи обје производне линије одлучено је да однос пуњених боца на линији један и два буде 2:1. Због сталног повећања цијена пива статистички је утврђен однос између цијена и то 2 н.ј. за 0,33 л и 3 н.ј. за 0,5 л. Потребно је: Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела. Одредити оптимални дневни план производње пуњења боца пива тако да се оствари максимална добит. Урадити два рјешења примјеном симплекс табеле.
2. Једно пољопривредно прдузеће планира да засије 3 културе (К1, К2 и К3) на површинама од 2000 ха, 500 ха и 2500 ха респективно. Расположиве ораничне површине су подјељене по квалитету земљишта у 3 категорије З1, З2 и З3 и износе 1500 ха, 3500 ха и 1000 ха респективно. Приноси који се остваре различити су у зависности од тога на којој врсти земље се узгаја поједина култура и износе (у тонама):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | З1 | З2 | З3 |
| К1 | 27 | 35 | 40 |
| К2 | - | 25 | 20 |
| К3 | 40 | 21 | 27 |

Култура К2 се не смије сијати на земљи З1. Земља З1 је таквог квалитета да не смије остати необрађен нити један ха. Пронаћи почетно базично могуће рјешење примјеном методе јединичних коефицијената. Пронаћи оптимално рјешење примјеном модификоване методе. Анализирати оптимално рјешење.

**ПИСМЕНИ ДИО ИСПИТА ИЗ ЕКОНОМСКО-МАТЕМАТИЧКИХ МОДЕЛА И МЕТОДА** 15032014 године

1. Двије нијансе наранџасте боје праве се мјешавином црвене и жуте боје и лака. Једна кутија прве нијансе тешка је 5 кг, а добије се мјешањем 1 кг црвене боје, 3 кг жуте боје и 1 кг лака, а кутија дргуе нијансе тешка је 5,2 кг, а прави се мјешањем по 2 кг црвене и жуте боје и 1,2 кг лака. Цијена једне кутије прве нијансе је 7 н.ј., а друге нијансе 8 н.ј. На располагању је 6 кг црвене боје, 10 кг жуте боје и 4 кг лака.

Потребно је:

а) Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела; б) Одредити колико кутија које нијансе треба направити тако да њихов укупни приход од продаје буде максималан користећи графичку методу; в) Анализирати оптимално рјешење.

1. Предузеће X треба да производи два производа (А и Б) у своја два погона (П и Р). Према инвестиционом програму, дневни капацитет машина у погону П износи 80 часова и он не мора бити кориштен у потпуности. Међутим, капацитет машина у погону Р, од 180 часова рада дневно, мора бити кориштен у поптуности. Свака машина у погону П радиће 10 часова дневно, а у погону Р 8 часова дневно. Амортизација једне машине у погону П износи 90 н.ј., а у погону Р 60 н.ј. дневно. Јединица производа А може се произвести у погону П за 1 час рада, а у погону Р за два часа рада, док се јединица производа Б може произвести у погону П за два часа рада, а у погону Р за три часа рада машина. Одлучено је да се мора мјесечно производити најмање 10 комада производа А под условом да се производ Б уопште не производи. Ако се, међутим, производи производ Б онда се на сваких пет његових производа треба произвести три комада производа А.

По јединици производа А оствариће се добит од 15 н.ј., а по јединици производа Б 9 н.ј. Директни трошкови по јединици производа А и Б износе 2, односно, 1 н.ј. Фиксни трошкови су 25 н.ј.

Потребно је:

а) Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему; ако је циљ минимизирање укупних трошкова; објаснити значење варијабли из модела; б) Пронаћи једно од базично могућих рјешења примјеном симплекс табеле (урадити двије итерације); в) Анализирати добијено рјешење (у итерацији коју сте урадили).

1. У сукобу су два играча ( и ). Оба играча имају по три стратегије. Оптимална стратегија за играча  пронађена је на основу модела линеарног програмирања, чије је оптимално рјешење садржано у слиједећој табели:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | 1/20 |  |  |  | 81/80 | -9/40 | -59/80 |
|  |  | 1/10 |  |  |  | 11/40 | 1/20 | -9/40 |
|  |  | 1/20 |  |  |  | -99/80 | 11/40 | 81/80 |
|  |  | 1/5 |  |  |  |  |  |  |

Потребно је:

а) попунити дату симплекс табелу; б) пронаћи оптималне стратегије за оба играча и анализирати их; в) израчунати матрицу плаћања и записати канонски облик модела линеарног програмирања за оптимизацију стратегије играча ; г) испитати да ли постоји могућност редукције матрице плаћања по основу доминације стратегија.

1. Привреда једне регије је агрегирана у 3. сектора. Елементи тог система су:



Потребно је:

а) саставити међусекторску табелу;

б) израчунати проценат промјене додане вриједности сваког сектора појединачно који је посљедица повећања производње 1. сектора за 10 јединица, 2. сектора за 10 % и 3. сектора за 1/5, уз услов да се не мијењају вањске набавке.

**ПИСМЕНИ ДИО ИСПИТА ИЗ ЕКОНОМСКО-МАТЕМАТИЧКИХ МОДЕЛА И МЕТОДА** 25.12.2014.

**Студент: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Број индекса:\_\_\_\_\_\_\_\_**

1. Инвестиционим програмом за увођење интегралног информационог система (I I S) у једном предузећу предвиђено је запошљавање извесног броја специјалиста за рачунаре који ће руководити IIS-ом и припремати нове кадрове. Предвиђено је да се запосле дипл. инжињери електротехнике и дипл. економисти. Трошкови специјализације једног инжињера износе 200.000 н.ј. а једног економисте 800.000 н.ј. Ови стручњаци треба да контролишу припрему података за обраду и излазне податке највише 120 радних дана. На обрачунавању кадрова стручњаци морају радити тачно 90 радних дана. На овим пословима један стручњак мора провести слиједећи број радних дана:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Инжињер | Економиста |
| Контрола података | 2 | 2 |
| Обука кадрова | 1 | 3 |

Потребни кадрови за IIS морају се обезбједити запошљавањем стручњака са бироа за незапослене и преузимањем стручњака из сродних предузећа. Одлучено је да се на пословима IIS запосли најмање 10 стручњака са бироа (без обзира да ли је инжињер или економиста), под условом да се не преузме ниједан стручњак из сродних предузећа. Ако се буду преузимали и стручњаци из сродних предузећа, онда ће се за сваког таквог стручњака број запослених стручњака са бироа смањити за једног. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему; објаснити значење варијабли из модела; одредити број дипл. инжињера и дипл. економиста који ће IIS преузети из сродних предузећа и запослити са бироа, тако да трошкови специјализације буду минимални.
2. Пронаћи друго могуће рјешење модала под а) примјеном симплекс табеле; анализирати добијено рјешење.

2. Предузећа ,  и  су једини произвођачи материјала . Предузеће  може произвести највише 15 јединица, , такође, највише 15 јединица а  највише 21 јединицу материјала . Постоје само три прерађивача (, и ) материјала . Сваки од њих жели да купи по 15 јединица материјала . Трошкови превоза јединице материјала  износе:од предузећа  до прерађивача  8 н.ј.,од предузећа  до прерађивача  6 н.ј. и , такође, до прерађивача  6 н.ј.,од предузећа  до прерађивача - 5 н.ј. и до прерађивача  - 8 н.ј. Предузеће  и прерађивач  не желе да ступе у купопродајне односе ни по којем основу. Предузеће  је предложило да се продаја материјала  обави тако што би сваки прерађивач купио цјелокупну потребну количину само од једног предузећа и то: прерађивач  од предузећа , прерађивач  од предузећа  и прерађивач  од предузећа . Један економист тврди да приједлог предузећа  није прихватљив. Он је, на основу приједлога предузећа , израчунао да би се укупни трошкови превоза: (1) смањили за 2 н.ј. по свакој јединици материјала коју би предузеће  продало прерађивачу  и за 1 н.ј. по јединици која би из предузећа  била упућена прерађивачу ; (2) повећали за 1 н.ј. по јединици материјала коју би предузеће  продало прерађивачу  и (3) остали непромијењени по свакој јединици материјала  која би из предузећа  била упућена прерађивачу , а из предузећа  прерађивачу .

Потребно је:

а) записати транспортни модел датог проблема у скаларној нотацији и прилагодити га за рјешавање; б) оптимално рјешење пронаћи почев од - те итерације која одговара приједлогу предузећа  и прорачуну економисте; како гласи оптимални план продаје цјелокупне количине материјала и колико износе минимални трошкови превоза за цјелокупну продату количину, као и по јединици материјала ; урадити двије итерације.

3. Предузеће производи два производа А и Б. Расположиви капитал износи 4700 н.ј. Фиксни капитал је 900 н.ј. Уложени цапитал по јединици производа А и Б је 7 и 3 н.ј., респективно. Фиксни трошкови су 500 н.ј. Јединична бруто добит по производу А и Б је 3 и 4 н.ј., респективно. Од укупно 2400 сати капацитета машина за јединицу производа А и Б потребно је 2 и 5 сати, респективно. Сировине С на залихама не може бити више од 400 кг, а она се појављује као отпадак код производње производа А и то 1 кг по јединици производа А. Сировина С се уједно користи и за израду производа Б и троши се 1 кг по производу Б. Максимална продаја првог производа износи 800 комада.

Потребно је:

а) одредити оптимални програм производње са циљем максимизирања рентабилности, посматране као однос између остварене добити и уложених средстава.

б) пронаћи оптимално рјешење; користити графичку методу разломљеног линеарног програмирања.

в) анализирати оптимално рјешење.

4. Сложени задатак, који се састоји од 9 реалних активности, има слиједеће елементе:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Активности |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Зависе од | - | - |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Трајање | 4 | 4 | 2 | 4 | 3 | 3 | 6 | 5 | 1 | 4 | 3 | 1 |
|  | 4 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 3 | 4 | 1 | 3 | 3 | 1 |
| Трошки | 15 | 20 | 10 | 10 | 18 | 40 | 30 | 20 | 13 | 10 | 20 | 23 |
|  | 15 | 22 | 20 | 11 | 26 | 40 | 45 | 21,5 | 13 | 11 | 20 | 23 |

Потребно је:

а) нацртати мрежни дијаграм и нумерисати догађаје;

б) скраћивањем трајања активности, потребно је урадити два могућа рјешења.

**ПИСМЕНИ ДИО ИСПИТА ИЗ ЕКОНОМСКО-МАТЕМАТИЧКИХ МОДЕЛА И МЕТОДА** 29012015

1. Управа фабрике сокова хоће да у овој години лансира нову групу производа-сокове од Дуња. За ту сврху је откупљено 2000 литара каше од дуња. Ова каша не може да се искористи за неку од већ постојећих врста сокова и због тога мора у потпуности да се искористи за нове производе. Сокови од Дуња ће бити у паковањима од 1 литре и производиће се у три варијанте: \*Дуња\*\*\*-која садржи 50% каше и 50% воде, \*Дуња\*\*-која садржи 40% каше, 10% шећера и 50 % воде и \*Дуња\*-која садржи 25% каше, 25% шећера и 50% воде. На основу анализе тржишта процјењено је да до краја године може да се прода највише 6000 литара свих сокова од Дуња, а да ће Дуња\*\*\* због високе цијене моћи да се прода највише 1000 литара. Пошто управа жели да одржи имиџ произвођача квалитетних сокова, одлучено је да се сок Дуња\* произведе највише 2000 литара.

Потребно је:

а) формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему; објаснити значење варијабли из модела; б) одредити колико литара сока Дуња\*\*\*, Дуња\*\* и Дуња\* треба произвести да би укупан профит који се остварује продајом ових сокова био максималан. Профит по једном паковању сока Дуња\*\*\* је 15 н.ј., Дуња\*\* је 12 н.ј. и Дуња\* је 9 н.ј.; в) наћи оптимално решење модела применом графичке методе; г) анализирати оптимално рјешење.

2. Предузеће прави оптималан план производње М1 и М2. У планираном раздобљу расположиво је тачно 200 т материјала М1 и тачно 180 т материјала М2. Из ових материјала се израђују три производа П1, П2 и П3. Утрошак материјала по јединици производа (т) дат је у наредној табели:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Машине | Производи | | | Количина (т) |
| П1 | П2 | П3 |
| М1 | 4 | 8 | 5 | 200 |
| М2 | 2 | 9 | 7 | 180 |

Наведени производи се не израђују из обе врсте материјала што значи да ни у један производ не улазе оба материјала. Производа П1 треба израдити највише 80 ком (без обзира из које врсте материјала), П2 највише 22 ком, производа П3 највише 60 ком.

Потребно је:

1. формирати модел који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли;

пронаћи оптимално рјешење модела ако је циљ минимизирање утрошеног материјала М1 и М2; пронаћи оптимално рјешење примјеном симплекс табеле (урадити двије итерације);

в) анализирати добијено рјешење ( у тој итерацији коју сте урадили).

3. Анализа међусобних односа три сектора једног производног система обавлјена је помоћу међусекторске табеле. Која је саставњена на основу следећих информација:

 ; x1= 220 ; x3=250 ; y2=160

Потребно је:

а)саставити међусекторску табелу

б) израчунати за колико процената ће се појединачно промјенити вањске набавке сваког сектора, ако се планира пораст ДП првог сектора за 10%, а трећег сектора за 1/5.

4. Сложени задатак, који се састоји од 10 реалних активности, има слиједеће елементе:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Активности |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Зависе од | - | - |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Трајање | 11 | 2 | 3 | 4 | 3 | 4 | 2 | 2 | 3 | 1 |
|  | 10 | 1 | 2 | 4 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Трошки | 10 | 8 | 9 | 10 | 20 | 30 | 6 | 8 | 10 | 9 |
|  | 11 | 8,5 | 9,6 | 10 | 20 | 32 | 8 | 10 | 12 | 9 |

Потребно је:

а) нацртати мрежни дијаграм и нумерисати догађаје;

б) скраћивањем трајања активности, потребно је урадити два могућа рјешења.

**ЕКОНОМСКО-МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛИ И МЕТОДЕ**

**1. КОЛОКВИЈ 22042015 ГРУПА А**

**СТУДЕНТ…...................................................................... БРОЈ ИНДЕКСА..................**

1. Предузеће израђује два производа (А и Б) на машинама М. Јединица производа А, односно Б, изради се ангажовањем 1 %, односно 2 % капацитета машина М. Реализацијом ових производа планирано је да се оствари најмање 100 јединица добити. Јединична добит за производ А износи 5 н.ј. а за производ Б 4 н.ј. Нити једног производа није могуће реализовати више од 45 јединица.

Потребно је:

1. фомирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему; објаснити значење варијабли из модела; израчунати оптимални програм производње ако је циљ максимирање искориштеног капацитета машина М.
2. пронаћи оптимално рјешење модела под а) користећи графичку методу.
3. анализирати оптимално рјешење.
4. Предузеће производи 3 производа А, Б и В, на машинама чији је капацитет 1500 сати. За израду јединице производа А, Б и В ангажује се 1/5 %, 1/3 % и 1/15 % од расположивог капацитета, респективно. Са купцима је уговорен слиједећи услов производње. Производ А се не мора производити, у ком случају треба израдити најмање 300 јединица производа В. Ако се буде израђивао и производ А, тада се на сваку јединицу производа А требају израдити 4 јединице производа В. С друге стране, на сваку јединицу производа Б треба израдити 2 јединице производа В.

Потребно је:

* 1. фомирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ максимирање количине производа; објаснити значење варијабли из модела.
  2. пронаћи оптимално рјешење модела примјеном симплекс табеле. Урадити двије потпуне итерације. (Студенти који желе већу оцјену требају пронаћи оптимално рјешење).
  3. Коментарисати добијено рјешење у другој итерацији (студенти који желе већу оцјену требају израчунати оптимално рјешење и коментарисати да ли постоји више оптималних рјешења и ако их има, написати још једно).

1. Трговинско предузеће испоручује робу Р из три складишта (С1, С2 и С3) у четири продавнице (П1, П2, П3 и П4). Капацитети складишта су: С1 – 40, С2 – 70 и С3 – 70. Максималне потребе продавница износе: П1 - 40, П2 - 60, П3 – 50 и П4 – 20.

Позитивни финансијски ефекти трговинског предузећа дати су у облику: Транспорт на релацији  није могућ ни под којим условима.

Потребно је:

а)пронаћи оптималан план транспорта, користећи дијагоналну методу и модификовану методу;

б) Пронаћи два потпуна базично могућа рјешења (студенти који желе већу оцјену требају пронаћи оптимално рјешење модела).

в) Анализирати добијено рјешење (студенти који желе већу оцјену требају анализирати и оптимално рјешење и коментарисати колико оптималних рјешењa има и на основу чега сте дошли до таквог закључка).

**ДОДАТАК 2016.**

**ЕКОНОМСКО-МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛИ И МЕТОДЕ**

**1. КОЛОКВИЈ 22042015 ГРУПА Б**

**СТУДЕНТ…...................................................................... БРОЈ ИНДЕКСА..................**

1. Служба припреме производње у једном предузећу истражује оптимални програм набавке сировине, који је одређен оптималним планом израде производа А и Б. Зна се да у планском периоду није могуће набавити више од 90 кг сировине. Из јединице ове сировине израде се 2 јединице производа А и 3 јединице Б. Истраживањем тржишта дошло се до информације да је могуће продати најмање 150 једининца ових производа. Капацитет машина на којима се израђују ови производи користи се тако да се за јединицу производа А ангажује 1 %, а за јединицу Б ½ % од укупно расположивог капацитета. Продајна цијена производа А је 19 н.ј. а производа Б 16 н.ј. Трошкови израде производа А износе 18 н.ј. а производа Б 15 н.ј.

Потребно је:

1. фомирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему; објаснити значење варијабли из модела; израчунати оптимални програм производње ако је циљ максимирање искориштеног капацитета машина.
2. пронаћи оптимално рјешење модела под а) користећи графичку методу.
3. анализирати оптимално рјешење.
4. У предузећу се производе производи П, Р и С. Расположиви капацитети не омогућавају производњу већу од 150 јединица свих производа заједно. Познато је да ће се производа Р и С заједно продати највише 120 јединица, ако се не буде продавао производ П. У случају да се реализује и производ П, тада се на сваку јединицу овог производа продају 3 јединице производа Р и С заједно. На доради производа П, Р и С биће ангажовани радници одговарајућих стручности, тако да се за један сат доради ½ јединице производа П, једна јединица производа Р и 1/3 јединице производа С. Расположиви фонд рада радника је 500 сати.

Потребно је:

1. фомирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ максимирање количине производа; објаснити значење варијабли из модела.
2. пронаћи оптимално рјешење модела примјеном симплекс табеле. Урадити двије потпуне итерације. (Студенти који желе већу оцјену требају пронаћи оптимално рјешење).
3. Коментарисати добијено рјешење у другој итерацији (студенти који желе већу оцјену требају израчунати оптимално рјешење и коментарисати да ли постоји више оптималних рјешења и ако их има, написати још једно).
4. Једно пољопривредно предузеће узгаја шећерну репу на три локације (Л1, Л2 и Л3). Након вађења , иста се може директно испоручивати у 5 шећерана ( Ш1, Ш2, Ш3, Ш4, Ш5). Производња шећерне репе по појединим локацијама износи: Л1-200 т, Л2-350 т, Л3-500 т. Потребе шећерана су, такође, различите за одређена раздобља и износе : Ш1-200 т, Ш2-350 т, Ш3 -300 т, Ш4- 200 т и Ш5- 150 т. Зарада по 1 тони репе, (у хиљадама), коју оствари пољопривредно предузеће је различита у завусности од тога на којој локацији се иста производи и којој шећерани се испоручује, на шта указују слиједећи подаци: c11=3, c12=4, c13=2, c14=5, c15=1, c22=4, c24= - 3, c25=5, c31=5, c33=4,c34=6 c35=3. Пољопривредно предузеће не пристаје да испоручује репу са локације Л2 у шећерану Ш3, као ни са Л3 у Ш2.

Потребно је:

а) Пронаћи оптималан план испоруке репе, ако је критериј оптималности испоруке максимизирање зараде; користити дијагоналну методу и модификовану методу;

б) Пронаћи два потпуна базично могућа рјешења (студенти који желе већу оцјену требају пронаћи оптимално рјешење модела).

в) Анализирати добијено рјешење (студенти који желе већу оцјену требају анализирати и оптимално рјешење и коментарисати колико оптималних рјешењa има и на основу чега сте дошли до таквог закључка).

**ПРОБЛЕМ 73:**

-дио: **Графичка метода**

Проблем отпадака: веза са проблемом 29.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Траке ширине | Варијанте сјечења (реалне варијабле) | | | | | |
| I | II | III | IV | V | ... |
| 50 мм |  |  |  |  |  |  |
| 20 мм |  |  |  |  |  |  |
| Отпадак (мм) |  |  |  |  |  |  |

**ПРОБЛЕМ 74:**

Дат је модел линеарног програмирања:



Описати произвољни проблем који одговара овом моделу. Пронаћи оптимално рјешења модела.

**ПРОБЛЕМ 75:**

-дио: **Симплекс табела** (види проблем 34)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Траке ширине | Варијанте сјечења (реалне варијабле) | | | | | |
| I | II | III | IV | ... |  |
| 40 цм | 2 | 1 | 1 | 0 |  | 1.400 |
| 50 цм | 0 | 1 | 0 | 2 |  | 1.600 |
| 60 цм | 0 | 0 | 1 | 2 |  | 800 |
| Отпадак | 20 | 10 | 0 | 0 |  |  |

Математички модел:

Прилагођени математички модел:

СТ-1 (min.);z

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | 20 | 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | M | M | M |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| M |  | 1400 | 2 | 1 | 1 | 0 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| M |  | 1600 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| M |  | 800 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 1 |
|  | | 3800 M | 2M-20 | 2M-10 | **2M** | **2M** | -M | -M | -M | 0 | 0 | 0 |

? ?

**ПРОБЛЕМ 76:**

На основу слиједеће непотпуне симплекс табеле, одредите која варијабла ће у наредној итерацији бити базична: (max.);z

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | 1 | 0 | 0 |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  | 10 | 1 | 2 | 3 | 1 | 0 | 0 |
|  |  | 14 | 2 | 1 | -1 | 0 | 1 | 0 |
|  |  | 8 | -2 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1 |
|  | |  | -2 | -2 | -2 |  |  |  |

**ПРОБЛЕМ 77:** види проблем проблем 36. (max.);z

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | -200 |  |  | -200 |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
| -М |  | 200 | 1 |  |  | 0 |  |  |
| -М |  | 100 | 0 |  |  | 1 |  |  |
| -М |  | 250 | 0 |  |  | 0 |  |  |
| 0 |  | 3000 | 4 |  |  | 0 |  |  |
| 0 |  | 4000 | 4 |  |  | 4 |  |  |
| 0 |  | 6000 | 4 |  |  | 20 |  |  |
|  | |  | -М +200 |  |  | -М +200 |  |  |
|  |  |  |
| 200 | 1 |  |
| 100 | 0 |  |
| 250 | 0 |  |
| 3000 | 4 |  |
| 4000 | 4 |  |
| 6000 | 4 |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| 200 | 0 |  |
| 100 | 1 |  |
| 250 | 0 |  |
| 3000 | 0 |  |
| 4000 | 4 |  |
| 6000 | 20 |  |

**ПРОБЛЕМ 78:** види проблем 35.

Дата је табела оптималног рјешења. Анализирајте дату табелу!

(min.);z

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | 2 | 2 | 8 | 8 | 0 | 0 | M | M |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  | 45 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 3/4 | -1/2 | 0 |
| 0 |  | 50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1/2 | 0 | -1 |
| 8 |  | 15 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | -1/4 | 1/2 | 0 |
|  | | 210 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/2 | -М +3 | -М |

**ПРОБЛЕМ 79:** види проблем 37.



Табела оптималног рјешења гласи:

СТ-5 (min.);z

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | 20 | 15 | 17 | 20 | M | M |
|  |  |  |  |  |  |
| 17 |  | - 20 | 2 | 0 | 1 | -2 | 1/4 | -1/4 |
| 15 |  | 90 | -1 | 1 | 0 | 3 | -1/8 | 3/8 |
|  | | 1010 | -1 | 0 | 0 | -9 | -M +19/8 | -M +11/8 |

Анализирајте оптимално рјешење!

**ПРОБЛЕМ 80:** види проблем 38.





(max.);(-z)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | -1400 | -800 | -1500 | 0 | 0 | 0 | 0 |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 0 |  | -400 | -1 | -3 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 |  | -600 | -2 | -1 | -2 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 |  | -400 | -2 | -1 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 |  | -360 | -2 | -2 | -1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
|  | | 0 | 1400 | 800 | 1500 | 0 | 0 | 0 | 0 |

**МЕТОД РАСПОРЕДА**

**Проблем минимума**

**PROBLEM 81:**

Дата је матрица

.

Потребно је пронаћи оптимално рјешење.

**Додатак 2017.**

**ПРОБЛЕМ 82:**

Предузеће је уговорило испоруку од 150 комада производа П1 и 200 комада производа П2 Обрада се одвија на две машине С1 и С2 . За 1 сат рада машине С1 произведе се 1 комад П1 и 2 комада П2, док се за 1 сат рада С2 произведе се 5 комада сваке врсте производа. Трошак за 1 сат рада С1 износи 20 $, а С2 30 $.

Колико би сати требао радити свака од ове две машине, при чему ни једна не ради дуже од 60 сати, како би се произвела барем уговорена количина ових двају производа и то уз минималне укупне трошкове.

**ПРОБЛЕМ 83:**

Предузеће производи двије врсте пића А и Б. Трошкови производње по једној литри врсте А су 2$, а по једној литри врсте Б су 3$. Потражња на тржишту за врстом А је најмање 125 л. Због рентабилности је потребно укупно произвести бар 350 л обје врсте пића. Расположиво вријеме производње је 600 х . За производњу по литри врсте А потроши се 2 х, док за литру врсте Б 1 х. Колика треба бити производња поједине врсте пића уз наведена ограничења, ако је циљ минимизирати укупне трошкове производње?

**ПРОБЛЕМ 84:**

У болници се користе два дијагностичка апарата за исту врсту претрага. Максимално се дневно може обавити 80 претрага на апарату А и 100 претрага на апарату Б. Одјел мора дневно извршити бар 150 претрага. Трошкови претраге су 4$ на апарату А и 3$ на апарату Б. Треба одредити колико би се дневно требало обавити претрага на поједином апарату уз наведена ограничења тако да се минимизирају укупни трошкови.

**ЕКОНОМСКО-МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛИ И МЕТОДЕ**

**ПРВИ КОЛОКВИЈ 11.04.2016. – ГРУПА А**

**СТУДЕНТ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**БРОЈ ИНДЕКСА: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

1. Једна коксара може да користи мјешавину четири врсте угља по двије технолошке операције Т1 и Т2. Угаљ се добија у ограниченим количинама из појединих рудника Рi (i=1, 2, 3 и 4) капацитета 200 тона, 500 тона, 800 тона и 100 тона мјесечно, респективно. Поједине технолошке операције захтијевају:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Сировина: | Технолошке операције | |
| Т1 | Т2 |
| Р1 | 4 | 6 |
| Р2 | 6 | 2 |
| Р3 | 3 | 4 |
| Р4 | 2 | 4 |

Као резултат хемијских процеса извршених по првој технолошкој операцији добијамо 20 м2 гаса и 10 тона кокса, а по другој технолошкој операцији 30м2 гаса и 6 тона кокса. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ утврдити при којој комбинацији техничких операција можемо постићи максималну производњу гаса, ако узмемо у обзир да је мјесечна производња континуелна, односно нон стоп током дана, а и да је трајање технолошког процеса Т1-10 часова, а Т2-15 часова. Напомена: узети мјесец као 30 дана, с тим да се не морају сви дани користити за рад. Објаснити значење варијабли из модела.
2. Пронаћи оптимално рјешење модела под а примјеном графичке методе;
3. Анализирати добијено (оптимално) рјешење.
4. У производном погону једне фабрике израђују се производи А, Б и Ц. Сва три производа пролазе кроз групу машина, тако да се по 1% ових капацитета ангажује на изради јединице сваког производа. За производ А је неопходно набавити тачно 20 јединица специјалне сировине из чије се јединице изради ½ јединице овог производа. Договор са потенцијалним купцима је резултирао захтјевом да се производа А и Ц заједно мора испоручити најмање два пута више него производа Б.

Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања коме одговара описани проблем; циљ је максимирање степена искориштења капацитета групе стројева.
2. Пронаћи оптимално рјешење модела под а) примјеном алгоритма симплекс табеле. Урадити двије потпуне итерације (Студенти који желе већу оцјену требају пронаћи оптимално рјешење).
3. Коментарисати добијено рјешење у другој итерацији (студенти који желе већу оцјену требају израчунати оптимално рјешење и коментарисати да ли постоји више оптималних рјешења и ако их има, написати још једно).
4. Фабрика слаткиша производи чоколаде, бомбоњере и еурокрем. Предузеће не може да произведе више од 1500 комада свих производа заједно. Чоколада и бомбоњера се израђују на постројењу М1 тако да се за један час рада ове машине изради ½ чоколаде, а једна бомбоњера се изради за ½ часа рада те машине. Бомбоњера и еурокрем се израђују на машини М2 тако да се паковање једне бомбоњере израђује за ½ часа, а за један час рада машине се произведе једно паковање еурокрема. Максимално расположиви капацитет машине М1 је 800 часова, а машине М2 1000 часова.

Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања за описани проблем ако је циљ максимирање искориштеног капацитета машина М1 и М2;
2. Пронаћи оптималан програм производње чоколаде, бомбоњера и еурокрема полазећи од рјешења преко коме неће бити произведено максималних 1500 комада свих производа јер ће се производити само чоколаде и бомбоњере, урадити једну итерацију (поставити базу векторског простора за наредну итерацију, ако је потребно);
3. Анализирати добијено (оптимално) рјешење.

**ЕКОНОМСКО-МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛИ И МЕТОДЕ**

**ПРВИ КОЛОКВИЈ 11.04.2016. – ГРУПА Б**

**СТУДЕНТ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**БРОЈ ИНДЕКСА: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

1. Предузеће А које се бави производњом млијечних производа може да користи мјешавину четири врсте млијека по двије технолошке операције Т1 и Т2. Млијеко се добија у ограниченим количинама из појединих мљекара Мi (i=1, 2, 3 и 4) капацитета 200 тона, 500 тона, 800 тона и 100 тона мјесечно, респективно. Поједине технолошке операције захтијевају:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Сировина: | Технолошке операције | |
| Т1 | Т2 |
| М1 | 4 | 6 |
| М2 | 6 | 2 |
| М3 | 3 | 4 |
| М4 | 2 | 4 |

Као резултат хемијских процеса извршених по првој технолошкој операцији добијамо 20 кг сира и 10 кг павлаке, а по другој технолошкој операцији 30 кг сира и 6 кг павлаке. Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ утврдити при којој комбинацији техничких операција можемо постићи максималну производњу сира, ако узмемо у обзир да је мјесечна производња континуелна, односно нон стоп током дана, а и да је трајање технолошког процеса Т1-10 часова, а Т2-15 часова. Напомена: узети мјесец као 30 дана, с тим да се не морају сви дани користити за рад. Објаснити значење варијабли из модела.
2. Пронаћи оптимално рјешење модела под а примјеном графичке методе;
3. Анализирати добијено (оптимално) рјешење.
4. У једном погону израђују се производи А, Б и Ц. Купац тражи да му се испоручи до 200 јединица ових производа заједно. Производа А и Б треба испоручити у истим количинама, док производа Ц треба најмање за 2 јединице више него производа Б. Произвођач је заинтересован да испоручи што више производа А и Б, јер је добит која се оствари на овим производима знатно већа од добити која се оствари на производу Ц.

Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања коме одговара описани проблем; циљ је максимирање обима производње А и Б.
2. Пронаћи оптимални прохрам израде производа А, Б и Ц примјеном алгоритма симплекс табеле. Урадити двије потпуне итерације (Студенти који желе већу оцјену требају пронаћи оптимално рјешење).
3. Коментарисати добијено рјешење у другој итерацији (студенти који желе већу оцјену требају израчунати оптимално рјешење и коментарисати да ли постоји више оптималних рјешења и ако их има, написати још једно).
4. Предузеће за прераду воћа и поврћа производи џем и компот. За производњу користи јабуке и крушке. Један кг јабука довољан је за производњу 0,5 кг џема од јабуке, односно једног кг компота од јабука. Један кг крушака довољан је за производњу 0,4 кг џема од крушака, односно 0,8 кг компота од крушака, На располагању имамо 1000 кг јабука и 1500 кг крушака. Однос производње џема и компота треба да буде тачно 2:3. Одредите колико џема и компота треба производити од сваке врсте воћа ако се жели остварити максималан приход од продаје. Продајна цијена џема је 3 н.ј./кг а компота 2 н.ј./кг.

Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања коме одговара описани проблем;
2. Пронаћи оптимално рјешење датог модела полазећи од рјешења према коме ће се производити компот од јабука, џем од крушака и џем од јабука;
3. Анализирати добијено рјешење и пронаћи још једно рјешење ако постоји.

**ПИСМЕНИ ДИО ИСПИТА ИЗ ЕКОНОМСКО-МАТЕМАТИЧКИХ МОДЕЛА И МЕТОДА 14.03.2016. ГОДИНЕ**

1. Предузеће израђује четири производа (, ,  и ). Сва четири производа се израђују на основним постројењима тако да се за јединицу производа  и  користи по 1 % расположивих капацитета, док се за по јединицу производа  и утроши двоструко више капацитета него по јединици проивода , односно . Производа  и , заједно, треба израдити најмање за 10 % више него производа  и , такође, заједно. Производа  треба за 10 јединица више него производа . Финансијски резултат по јединици производа износи: - 60 н.ј., - 50 н.ј., - губитак од 20 н.ј. и - 40 н.ј. Укупно ангажована вриједност средстава у проиводњи износи .

Потребно је:

а) формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему, ако је циљ максимирање коефицијента рентабилности; објаснити значење варијабли из модела;

б) пронаћи оптимално рјешење модела под а) полазећи од рјешења према коме ће се производити производи ,  и ; урадити једну итерацију и поставити базу за другу итерацију;

в) анализирати добијено рјешење.

1. Предузеће се „Просперитет“ се бави паковањем производа П и Р, као споредном дјелатношћу. Израчунато је да је капацитет машина на којима се врши паковање недовољан да би се на тржиште могле испоручити одговарајуће, уговорене, количине. Због тога је одлучено да се прошире капацитети тих машина. У погону за паковање инсталирана је једна линија са мјесечним капацитетом од 600 часова. За један сат рада линије упакују се 2 јединице производа П и 4 јединице производа Р. У току мјесеца на на тржиште треба испоручити тачно 3.600 јединица производа П и Р заједно, јер је толико уговорено. За набавку нових линија за паковање П и Р биће обезбјеђено најмање 180.000 н.ј. Једна линија кошта 50.000 н.ј. Мјесечни трошкови паковања (амбалажа, трошкови рада и енергије) су 10 н.ј. по јединици производа П и 15 н.ј. по јединици производа Р, док је мјесечна амортизација једне линије 150 н.ј.

Потребно је:

а) формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему, ако је циљ минимизирање укупних трошкова паковања и амортизације линија за паковање; објаснити значење варијабли из модела;

б) пронаћи оптимално рјешење модела под а) примјеном графичке методе;

в) анализирати оптимално рјешење.

1. Анализа реализације једног сложеног задатка обавља се на основу слиједећих информација:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Активности |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | K |
| Зависе од | - | - | B | A,B | A,D | A,B | A,B,D | E | F,H | E | G |
| Трајање | 11 | 2 | 3 | 4 | 3 | 4 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 |
| 10 | 1 | 2 | 4 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Трошкови | 10 | 8 | 9 | 10 | 20 | 30 | 6 | 8 | 10 | 9 | 6 |
| 11 | 8,5 | 9,6 | 10 | 20 | 32 | 8 | 10 | 12 | 9 | 8 |

Потребно је:

а) нацртати мрежни дијаграм и нумерисати догађаје;

б) скраћивањем трајања активности, потребно је урадити два могућа рјешења.

4. Привреда једне регије је агрегирана у 3. Сектора. Елементи тог система су:



Потребно је:

а) саставити међусекторску табелу;

б) израчунати проценат промјене додане вриједности сваког сектора појединачно који је посљедица повећања производње 1. сектора за 10 јединица, 2. Сектора за 10 % и 3. Сектора за 1/5, уз услов да се не мијењају вањске набавке.

**ПИСМЕНИ ДИО ИСПИТА ИЗ ЕКОНОМСКО-МАТЕМАТИЧКИХ МОДЕЛА И МЕТОДА 13062016 ГОДИНЕ**

1. Једно пољопривредно предузеће узгаја шећерну репу на три локације (Л1, Л2 и Л3). након вађења , иста се може директно испоручивати у 5 шећерана ( Ш1, Ш2, Ш3, Ш4, Ш5). производња шећерне репе по појединим локацијама износи Л1-200т, Л2-350, Л3-500т. Потребе шећерана су такође различите за одрееђена раздобљаи износе : Ш1-200т, Ш2-350 т, Ш3 -300т, Ш4- 200т и Ш5- 150т.зарада по 1т репе ( у хиљадама) коју остваруи пољопривредно предузеће је различита у завусности од тога на којој локацији се иста производи и у којој шечерани се испоручује, на шта указују следећи подаци: c11=3, c12=4, c13=2, c14=5, c15=1, c21=0, c22=4, c24= 3, c25=5, c31=5, c33=4,c34=6 c35=3. Пољопривредно предузеће не пристаје да испоручује репу са локације Л2 у шећерану Ш3, као ни са Л3 у Ш2.

Потребно је:

а)пронаћи оптималан план испоруке репе, ако је критериј оптималности испоруке максимизирање зараде; користити дијагоналну методу и модификовану методу; урадити двије итерације.

б)анализирати добијени план.

1. У једном предузећу се израђују два производа A и B. Максимална тражња за оба производа износи 3500 комада. Производа A треба израдити за 45 % више него производа B. Између количина производа A и B постоји и међузависност. Ако се не буде израђивао производ A тада треба израдити најмање 1.000 комада производа B. Ако се буде израђивао и производ A тада ће се на сваку јединицу овог производа израдити 3/2 производа B. Продајна цијена јединице производа A је 3 н.ј. а B 4 н.ј. Трошкови производње јединице производа A и B су по 1 н.ј. Фиксни трошкови су 10 н.ј.

Потребно је:

a) формирати модел разломљеног линеарног програмирања који одговара описаном проблему; објаснити значење варијабли из модела; циљ је максимирање коефицијента економичности производње производа A и B;

б)пронаћи оптимално рјешење примјеном графичке методе;

в) анализирати оптимално рјешење.

3. Анализа реализације једног сложеног задатка обавља се на основу слиједећих информација:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Активности |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | K |
| Зависе од | - | - | - | - | A,D | A,B | A,B,D | E | F,H | E, | G |
| Трајање | 11 | 2 | 3 | 4 | 3 | 4 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 |
|  | 10 | 1 | 2 | 4 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Трошки | 10 | 8 | 9 | 10 | 20 | 30 | 6 | 8 | 10 | 9 | 6 |
|  | 11 | 8,5 | 9,6 | 10 | 20 | 32 | 8 | 10 | 12 | 9 | 8 |

Потребно је:

а) нацртати мрежни дијаграм и нумерисати догађаје;

б) скраћивањем трајања активности, потребно је урадити два могућа рјешења.

4. Служба истраживања тржиша једног предузећа је прорачунала добит у зависности од стања на тржишту и од тога да ли рекламира или не рекламира своје производе преко средстава јавног информисања.У случају повећања тражње на постојећем тржишту добит је 12 јединица ако се не рекламира, а 2 јединице ако се рекламира производ. Ако нема повећања тражње на постојећем тржишту добит је 5, односно 6 јединица, респективно. Уколико наступи повећање кроз отварање нових тржишта добит је 0, односно 14 јединица, респективно.

Потребно је:

1. формирати одговарајућу матрицу плаћања посматрајући проблем као конфликтну ситуацију између предузећа и тржишта;
2. одредити оптималну стратегију предузећа и очекивану добит; користити графичку методу;

в) анализирати оптимално рјешење.

**ПИСМЕНИ ДИО ИСПИТА ИЗ ЕКОНОМСКО-МАТЕМАТИЧКИХ МОДЕЛА И МЕТОДА 16.02.2016. године**

1. У монтажном погону једног предузећа инсталиране су машине М и Н, на којима се монтира производ П. Капацитет једне машине М је 441 сат, а једне машине Н 420 сати мјесечно. У погону су монтиране 2 машине М и 3 машине Н. На машини М јединица производа П се монтира за 2 сата, док се одговарајућа операција монтаже на машини Н обави тако да се за један сат монтира 2/3 јединице производа П. Уколико капацитет машина М и Н не буде довољан набављаће се нове машине. За те намјене обезбјеђено је довољно средстава. Укупна набавна вриједност једне машине М је најмање двоструко мања од набавне вриједности једне машине Н.

Потребно је:

а) формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему; објаснити значење варијабли из модела; ако је циљ максимирање обима производње производа П;

б) пронаћи оптимално рјешење модела под а), полазећи од рјешења према коме ће се производити производ П,а набављаће се машине М и Н;

в) коментарисати рјешење пронађено под б).

1. У погону П израђују се 3 производа А, Б и Ц. На групи машина чији је седмични капацитет 2.100 чаосва, за један сат рада тих машина изради се половина, трећина и четвртина производа А, Б и Ц, респективно. Проиводи А, Б и Ц су хомогени. Директни трошкови израде јединице производа А, Б и Ц износе 10, 8 и 6 н.ј., респективно. Фиксни трошкови су 1.500 н.ј. Коефицијент економичности мора износити најмање 1/10. По јеидници производа А и Б оствари се по 6 н.ј. позитивног финансијског резултата, док се по јединици производа Ц оствари губитак од 2 н.ј. Коефицијент рентабилности, према плану пословања, треба да износи ½.

Потребно је:

а) записати модел разломљеног линеарног програмирања; ако је циљ максимирање рада групе машина; објаснити значење варијабли из модела;

б) пронаћи оптимално рјешење модела под а) примјеном графичке методе;

в) анализирати оптимално рјешење;

г) коментарисати, да ли је могуће ријешити модел под а) примјеном Мартошеве методе полазећи од нултог рјешења.

3. Привреда једне регије је агрегирана у 3. Сектора. Елементи тог система су:



Потребно је:

1. саставити међусекторску табелу;

б) израчунати проценат промјене додане вриједности сваког сектора појединачно који је посљедица повећања производње 1. сектора за 10 јединица, 2. Сектора за 10 % и 3. Сектора за 1/5, уз услов да се не мијењају вањске набавке.

1. Сложени задатак, који се састоји од 9 реалних активности, има слиједеће елементе:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Активности |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Зависе од | - |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Трајаwе | 4 | 4 | 2 | 4 | 3 | 3 | 6 | 5 | 1 |
|  | 4 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 3 | 4 | 1 |
| Трошкови | 15 | 20 | 10 | 10 | 18 | 40 | 30 | 20 | 13 |
|  | 15 | 22 | 20 | 11 | 26 | 40 | 45 | 21,5 | 13 |

Треба:

а) нацртати мрежни дијаграм и нумерисати догађаје;

б) скраћивањем трајања активности, потребно је утврдити сва могућа рјешења пројекта трајање и трошкове);

в)изабрати најповољније рјешење ако је циљ минимизирање трошкова по једном дану реализације пројекта.

**ИНТЕГРАЛНИ ДИО ИСПИТА ИЗ ЕКОНОМСКО-МАТЕМАТИЧКИХ МОДЕЛА И МЕТОДА 22082016**

1. Ради отклањања диспропорција у развоју два привредна региона R1 и R2, одлучено је да се улаже укупно 800 mrd.NJ за развој њихове пољопривреде и индустрије. Пошто је регион R1 неразвијенији од региона R2, одлучено је да се уложи најмање 500 mrd.NJ у његов развој. Пошто је регион R2 развијенији од региона R1, одлучено је да се у њега уложи највише 100 mrd.NJ.

У циљу равномјернијег развоја привреде оба региона, одлучено је да се у пољопривреду оба региона мора уложити тачно 300 mrd.NJ ако се уопште не буде улагало у развој индустрије, а ако се врше улагања и у индустрију, онда се на сваке 3 mrd.NJ уложене у индустрију морају уложити 2 mrd.NJ у развој пољопривреде.

Потребно је:

1. одредити оптималан распоред улагања у регионе R1 и R2 тако да се оствари максимизација прираштаја нацоиналног дохотка. Статистички је утврђено да се улагањем 1 mrd.NJ у пољопривреду оствари 10 mrd. Прираштаја националног дохотка а у индустрију 14 mrd;
2. примјеном симплекс табеле урадити два могућа рјешења;
3. анализирати добијено рјешење.

2. Једно трговинско предузеће се бави прометом три врсте машина за прераду дрвета (,  и ). Планирана средства за набавку тих машина у једном тромјесечју износе 1.640.000 н.ј. Набавна цијена једне машине ,  и  износи 8.000, 10.000 и 12.000 н.ј., респективно. За складиштење ових машина располаже се са 1.000 . Једна машина , , односно  заузима 8, 6 и 8  тог простора. Произвођач ових машина пристаје на испоруку само под условом да трговачко предузеће наручи најмање 57 машина  ако не буде наручивао машине . Ако трговачко предузеће буде набављало и машине , тада произвођач поставља услов да се на сваку машину  испоруче 3 машине . Трговачко предузеће зарачунава 10 % марже на сваку машину.

Потребно је:

а) формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему; објаснити значење свих варијабли из модела; циљ је максимирање укупне марже;

б) пронаћи оптимално рјешење модела под а) полазећи од рјешења да нису утрошена средства за набавку и да се набављају само машине , односно ; урадити једну итерацију;

в) анализирати добијено рјешење;

г) испитати да ли ће доћи до промјене оптималног рјешења ако се повећа маржа по једној машини  и  за по 1 %.

3. Један производни систем је подијељен на три сектора. За потребе анализе тог система располаже се са слиједећом базом података: матрица структуре испорука , вектор укупних коефицијената вањских набавки , вектор производње или друштвеног бруто производа ,



Учешће финалне потрошње 1. сектора у укупно расподијељеној производњи тог сектора износи 2/5.

Потребно је:

а) формирати инпут-аутпут табелу;

б) израчунати проценат промјене друштвеног бруто-производа сваког сектора појединачно који је посљедица пораста вриједности компоненти друштвеног производа 1.сектора за 5%, 2.сектора за 10% и смањења исте величине код 3. сектора за 4%.

Матрица секторских мултипликатора је:



4. Сложени задатак, који се састоји од 9 реалних активности, има слиједеће елементе:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Активности |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Зависе од | - | - |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Трајање | 4 | 4 | 2 | 4 | 3 | 3 | 6 | 5 | 1 | 4 | 3 | 1 |
|  | 4 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 3 | 4 | 1 | 3 | 3 | 1 |
| Трошки | 15 | 20 | 10 | 10 | 18 | 40 | 30 | 20 | 13 | 10 | 20 | 23 |
|  | 15 | 22 | 20 | 11 | 26 | 40 | 45 | 21,5 | 13 | 11 | 20 | 23 |

Потребно је:

а) нацртати мрежни дијаграм и нумерисати догађаје;

б) скраћивањем трајања активности, потребно је урадити два могућа рјешења.

**ИНТЕГРАЛНИ ДИО ИСПИТА ИЗ ЕКОНОМСКО-МАТЕМАТИЧКИХ МОДЕЛА И МЕТОДА 19092016**

1. Продајно-сервисни центар намерава да отвори погон за аутомеханичарске и аутолакирерске радове, како би запослио 40 нових радника: 20 аутомеханичара и 20 аутолакирера. Утврђен је недостатак тачно 8 гарнитура алата и прибора за аутомеханичаре и тачно 6 гарнитура за аутолакирере. На основу понуда два произвођача А и Б и консултација са техничком службом о квалитету понуђених гарнитура, утврђено је да: гарнитура алата за аутомеханичаре произвођача А кошта 100 н.ј., а просјечно годишње се поквари 10 % гарнитура; гарнитура алата за аутолакирере произвођача А кошта 800 н.ј., а просјечно годишње се поквари 20 % гарнитура. Гарнитура алата за аутомеханичаре произвођача Б кошта 200 н.ј., а годишње се није покварила ни једна гарнитура; гарнитура алата за аутолакирере произвођача Б кошта 1.000 н.ј., а просјечно годишње се поквари 16% гарнитура.

Потребно је:

а) формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему; објаснити значење варијабли из модела;

б) одредити структуру набавке неопходних гарнитура алата тако да се обезбједи минималан гогишњи квар алата, ако продајно-сервисни центар за набавку гарнитура може издвојити 8000 н.ј.; пронаћи оптимално решење примјеном симплекс табеле;

в) анализирати добијено рјешење (у тој итерацији коју сте урадили).

1. Три прерађивача (,,) добијају сировину од 4 добављача (,,,). Дневне потребе прерађивача су, редом, 80 тона, 40 тона и 60 тона. Добављачи могу дневно испоручити 80 тона, 40 тона, 60 тона и 50 тона, респективно. Трошкови транспорта 1 тоне сировине од добављача до прерађивача су слиједећи:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  | 10 | 12 | 15 | 8 |
|  | 15 | 14 | 8 | 14 |
|  | 12 | 6 | 9 | 10 |

Да би се искористила сва понуђена количина сировине, одлучено је да се изгради нови објекат за прераду расположивог капацитета (), на локацији  или . Уколико се нови објекат изгради на локацији  укупни минимални трошкови транспрта сировине од добављача до прерађивача износиће 1800 н.ј. Ако се објекат изгради на локацији , јединични транспортни трошкови од појединих добављача до прерађивача на тој локацији износе 10, 15, 12 и 9 н.ј.

Потребно је:

1. израчунати на којој локацији ће бити изграђен нови објекат; одговарајући транспортни модел ријешити примјеном дијагоналне и модификоване методе;
2. анализирати оптимално рјешење;
3. коментаришите шта ће се десити са оптималним рјешењем ако се из добављача  испоручи 10 тона сировине прерађивачу .
4. Три прерађивача (,,) добијају сировину од 4 добављача (,,,). Дневне потребе прерађивача су, редом, 80 тона, 40 тона и 60 тона. Добављачи могу дневно испоручити 80 тона, 40 тона, 60 тона и 50 тона, респективно. Трошкови транспорта 1 тоне сировине од добављача до прерађивача су слиједећи:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  | 10 | 12 | 15 | 8 |
|  | 15 | 14 | 8 | 14 |
|  | 12 | 6 | 9 | 10 |

Да би се искористила сва понуђена количина сировине, одлучено је да се изгради нови објекат за прераду расоложивог капацитета (), на локацији  или . Уколико се нови објекат изгради на локацији  укупни минимални трошкови транспрта сировине од добављача до прерађивача износиће 1800 н.ј. Ако се објекат изгради на локацији , јединични транспортни трошкови од појединих добављача до прерађивача на тој локацији износе 10, 15, 12 и 9 н.ј.

Потребно је:

1. израчунати на којој локацији ће бити изграђен нови објекат; одговарајући транспортни модел ријешити примјеном дијагоналне и модификоване методе;
2. анализирати оптимално рјешење;
3. коментаришите шта ће се десити са оптималним рјешењем ако се из добављача  испоручи 10 тона сировине прерађивачу ;

4. Једно велетрговинско предузеће () има могућност да набави максимално четири комада веома скупог производа по цијени од 300 н.j./комаду.  продаје тај производ малопродајном предузећу () по 400 н.ј. по комаду.

Потребно је:

a) дефинисати стратегије  и  под условом да потражња не прелази 4 комада производа;

b) формирати матрицу плаћања описаног проблема;

v) израчунати оптималну стратегију велетрговинског предузећа; примјенити -evog, -ovog, -ovog, -ovog и -овог критерија.

**ПИСМЕНИ ДИО ИСПИТА ИЗ ЕКОНОМСКО-МАТЕМАТИЧКИХ МОДЕЛА И МЕТОДА 17.11.2016. године**

1. Предузеће за производњу намјештаја у изради столица користи линију са 4 инталиране машине за резање дрвета. Дневни капацитет једне машине је најмање 14 часова. Производна линија ради 24 сата у мјесецу. На машини се врши обрада дијелова за столице типа П и С, тако да се за један дио за столице типа П обради за 2 часа, а за столице С 1 час. Капацитет машине је уско грло у производњи и треба набавити нове. За те намјене је издвојено 12.000 н.ј. Набавна цијена једне машине је 4.000 н.ј. Материјални трошкови обраде дијела за столице типа П су 10 н.ј., а за столице типа С 15 н.ј., док је мјесечна амортизација једне машине 105 н.ј.

Потребно је:

а) формирати моедл линеарног програмирања који одговара описаном проблему; објаснити значење варијабли из модела;

б) пронаћи оптимални мјесечни програм израде дјелова за столице типа П и С и оптимално проширење капацитета полазећи од рјешења према коме треба израђивати дјелове за столице типа П и треба набављати нове машине;

в) анализирати добијено рјешење.

1. Мјесечним планом производње на машинама  и  могу се алтернативно производити производи , , . Технички подаци дати су у слиједећој табели:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Артикал | Потребан  за произв. | број м.ч.  1 ком. на | Цијена  1 м. ч. | коштања  ( дин.) | Мјесечни  план  производ. |
|  | 0,50 | 1,00 | 40 | 25 | 500 |
|  | 0,85 | 1,70 | 50 | 35 | 200 |
|  | 1,80 | 3,60 | 60 | 45 | 100 |

Свака од ових машина мјесечно ради 25 радних дана у двије смјене по 8 сати. Одлучено је да се мјесечни план производње производа у потпуности испуни, као и да се машине потпуно искористе. Потребно је:

а) одредити програм производње тако да се обезбиједи минимална цијена коштања производа , , ;

б) проблем ријешити методом јединичних коефицијената и модификованом методом; урадити двије итерације;

в) анализирати добијено рјешење.

1. Сложени задатак, који се састоји од 9 реалних активности, има слиједеће елементе:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Активност |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Зависе од | - | - |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Трајање | 11 | 2 | 3 | 4 | 3 | 4 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 |
|  | 10 | 1 | 2 | 4 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Трошкови | 10 | 8 | 9 | 10 | 20 | 30 | 6 | 8 | 10 | 9 | 6 |
|  | 11 | 8,5 | 9,6 | 10 | 20 | 32 | 8 | 10 | 12 | 9 | 8 |

Потребно је:

а) нацртати мрежни дијаграм и нумерисати догађаје;

б) скраћивањем трајања активности, потребно је урадити два могућа рјешења.

1. За један производни систем познате су слиједеће информације:



Потребно је:

1. формирати инпут-оутпут табелу;
2. израчунати проценат промјене вриједности производње сваког сектора појединачно које су посљедица повећања вањских набавки 2. сектора за 20 % и повећања компоненти друштвеног производа 3. сектора за 10 %.

Напомена:

.

**ПИСМЕНИ ДИО ИСПИТА ИЗ ЕКОНОМСКО-МАТЕМАТИЧКИХ МОДЕЛА И МЕТОДА ИНТЕГРАЛНИ ДИО ИСПИТА 15122016**

1. У погону једног предузећа израђују се 3 производа А, Б и Ц на машини која ради 3 смјене по 8 часова. У свакој смјени прави се пауза од 30 минута. У току 20 минута изради се јединица производа А, за 30 минута јединица производа Б а за јединицу производа Ц треба 40 минута. Производа А и Б заједно треба урадити за 10 јединица више него производа Ц. Производа А може бити највише за 20 % више него производа Б.

Потребно је:

а) формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ максимирање капацитета машине;

б) пронаћи оптимално рјешење модела под а) примјеном графичке методе;

в) анализирати оптимално рјешење.

2. Ради отклањања диспропорција у развоју два привредна региона Р1 и Р2, одлучено је да се улаже укупно 800 мрд.н.ј. за развој њихове пољопривреде и индустрије.

Пошто је регион Р1 неразвијенији од региона Р2, одлучено је да се уложи најмање 500 мрд.н.ј. у његов развој. Пошто је регион Р2 развијенији од региона Р1, одлучено је да се у њега уложи највише 100 мрд.н.ј.

У циљу равномјернијег развоја привреде оба региона, одлучено је да се у пољопривреду оба региона мора уложити тачно 300 мрд.н.ј. ако се уопште не буде улагало у развој индустрије, а ако се врше улагања и у индустрију, онда се на сваке 3 мрд.н.ј. уложене у индустрију морају уложити 2 мрд.н.ј. у развој пољопривреде.

Потребно је:

1. одредити оптималан распоред улагања у регионе Р1 и Р2 тако да се оствари максимизација прираштаја нацоиналног дохотка. Статистички је утврђено да се улагањем 1 мрд.н.ј. у пољопривреду оствари 10 мрд. прираштаја националног дохотка а у индустрију 14 мрд.н.ј.; примјеном симплекс табеле урадити два могућа рјешења; анализирати добијено рјешење.

3. Предузеће производи два производа А и Б. Расположиви капитал износи 4.700 н.ј. Фиксни капитал је 900 н.ј. Уложени капитал по јединици производа А и Б је 7 и 3 н.ј., респективно. Фиксни трошкови су 500 н.ј. Јединична бруто добит по производу А и Б је 3 и 4 н.ј. Од укупно 2400 сати капацитета машина за јединицу производа А и Б потребно је 2 и 5 сати, респективно. Сировине С у складишту не може бити више од 400 кг, а она се појављује као отпадак код производње производа А и то један кг по јединици производа А. Сировина С се уједно и користи за израду производа Б и троши се 1 кг по производу Б. Максимална продаја првог производа износи 800 комада.

Потребно је:

а) формирати модел разломљеног програмирања ако је циљ максимирање рентабилности, посматране као однос између остварене добити и уложених средстава;

б) пронаћи оптимално рјешење примјеном графичке методе;

в) анализирати оптимално рјешење.

4. Велетрговинско предузеће може набавити максимално 5 комада производа П, које испоручују предузећу које се бави малопродајом. Велепродајна цијена износи 150 н.ј. по комаду, а малопродајна цијена је 170 н.ј. по комаду.

Потребно је:

(а) формирати матрицу плаћања;

(б) израчунати оптималну стратегију или стање за велетрговинско предузеће; примијенити: Хурвичев критерриј (произвољно одредити коефицијент оптимизма); Лапласеов критериј; Севиџев критериј; Валдов критериј; Бајсов критериј; ако је



**ПИСМЕНИ ДИО ИСПИТА ИЗ ЕКОНОМСКО-МАТЕМАТИЧКИХ МОДЕЛА И МЕТОДА ИНТЕГРАЛНИ ДИО ИСПИТА 13072012**

1. Ради отклањања диспропорција у развоју два привредна региона R1 и R2, одлучено је да се улаже укупно 800 mrd.NJ за развој њихове пољопривреде и индустрије.

Пошто је регион R1 неразвијенији од региона R2, одлучено је да се уложи најмање 500 mrd.NJ у његов развој. Пошто је регион R2 развијенији од региона R1, одлучено је да се у њега уложи највише 100 mrd.NJ.

У циљу равномјернијег развоја привреде оба региона, одлучено је да се у пољопривреду оба региона мора уложити тачно 300 mrd.NJ ако се уопште не буде улагало у развој индустрије, а ако се врше улагања и у индустрију, онда се на сваке 3 mrd.NJ уложене у индустрију морају уложити 2 mrd.NJ у развој пољопривреде.

Потребно је:

1. одредити оптималан распоред улагања у регионе R1 и R2 тако да се оствари максимизација прираштаја нацоиналног дохотка. Статистички је утврђено да се улагањем 1 mrd.NJ у пољопривреду оствари 10 mrd. Прираштаја националног дохотка а у индустрију 14 mrd;
2. примјеном симплекс табеле урадити два могућа рјешења;
3. анализирати добијено рјешење.

2. У једној фабрици инсталиране су двије линије (L1 и L2) за монтажу производа A,B,C и D. Производи B и C се монтирају у цјелости на линијама L1 и L2 , алтернативно. То значи да ова два производа не пролазе кроз обје линије, јер оне независно монтирају производе B и C, али за различито вријеме по јединици производа. Производи А и D се монтирају искључиво на линији L2 . Капацитет линије L1 је 800 сати. Јединица производа B се монтира за 2 сата, а јединица производа C за ½ сата ако се монтажа обавља на линији L1 . Ако се монтажа ова два производа одвија на линији L2 , тада се за један сат рада монтира ½ јединице производа B и 3 јединице производа C. Јединица производа А се монтира за 4 сата,а јединица D за 5 сати. Капацитет линије L2 је 1200 сати. У призводе A и B се уграђују дијелови X, којих се не може обезбиједити више од 600 комада. У јединици производа А се уграде 2 дијела X, док се у јединицу производа B , без обзира на којој се линији монтира, уграде 1 дио X.

Треба:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему, циљ је максимирање количине монтираних производа A,B,C и D; објаснити значење варијабли из модела;
2. Пронаћи оптимално рјешење модела под а) полазећи од рјешења према коме ће се производ C монтирати и на линији L1 и на линији L2 , а производ В само на линији L2 ;
3. Анализирати добијено рјешење.

3. Познати су слиједећи елементи рјешења инпут-оутпут модела привреде једне државе:



Потребно је:

1. саставити међусекторску табелу;
2. израчунати проценат промјене друштвеног производа сваког сектора појединачно који је посљедица пораста цијена репродукционих добара који се набављају изван датог система 1. сектора за 10 % и 2. сектора за 15 % и смањења цијена вањских набавки 3. сектора за 5 %.

4. Сложени задатак, који се састоји од 9 реалних активности, има слиједеће елементе:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Активности |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Зависе од | - | - |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Трајање | 11 | 2 | 3 | 4 | 3 | 4 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 |
|  | 10 | 1 | 2 | 4 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Трошки | 10 | 8 | 9 | 10 | 20 | 30 | 6 | 8 | 10 | 9 | 6 |
|  | 11 | 8,5 | 9,6 | 10 | 20 | 32 | 8 | 10 | 12 | 9 | 8 |

Потребно је:

а) нацртати мрежни дијаграм и нумерисати догађаје;

б) скраћивањем трајања активности, потребно је урадити два могућа рјешења.

**ПИСМЕНИ ДИО ИСПИТА ИЗ ЕКОНОМСКО-МАТЕМАТИЧКИХ МОДЕЛА И МЕТОДА 14022017**

1. У једном предузећу се израђују два производа A и B. Максимална тражња за оба производа износи 3500 комада. Производа A треба израдити за 45 % више него производа B. Између количина производа A и B постоји и међузависност. Ако се не буде израђивао производ A тада треба израдити најмање 1.000 комада производа B. Ако се буде израђивао и производ A тада ће се на сваку јединицу овог производа израдити 3/2 производа B. Продајна цијена јединице производа A је 3 н.ј. а B 4 н.ј. Трошкови производње јединице производа A и B су по 1 н.ј. Фиксни трошкови су 10 н.ј.

Потребно је:

a) формирати модел разломљеног линеарног програмирања који одговара описаном проблему; објаснити значење варијабли из модела; циљ је максимирање коефицијента економичности производње производа A и B;

б)пронаћи оптимално рјешење примјеном графичке методе;

в) анализирати оптимално рјешење.

2. Једна фабрика прави план испоруке своје робе из три погона (П1, П2, П3) у три трговачка предузећа (Т1, Т2, Т3). Договорено је са трговачким предузећима да се роба из П1 испоручи тако да на залихама не преостане нити једна тона, што се може десити са погонима П2 и П3. Максимални производни капацитети по погонима износе: П1- 20 т, П2- 30т, П3- 40т, док су потребе трговачких предузећа: Т1- 40 т, Т2- 30 т, Т3- 10 т. Фабрика је саставила слиједећи план испоруке: из П1 испоручиће се 20 т у Т1, из П2 у Т2- 30т, из П3 у Т1 и Т3. Израчунати су трошкови транспортовања по 1 т робе на слиједећим релацијама: П1→Т1 9 н.ј., П2→Т2 9 н.ј., П3→Т3 9 н.ј. Такође, познато је и слиједеће: (1) ако се врши транспорт на релацијама П1→Т2, П1→Т3, П2→Т1, П2→Т3, П3→Т2, долази до опадања укупних трошкова за 3 н.ј./т , опадања укупних трошкова за 2 н.ј./т , до раста укупних трошкова за 1 н.ј./т , до раста укупних трошкова за 1 н.ј./т и до опадања укупних трошкова за 1 н.ј./т , респективно. (2) вриједност реалних дуалних варијабли које се односе на погоне износе П1 (0), П2 (-2), П3 (-2).

Потребно је:

а) израчунати оптималан план испоруке полазећи од приједлога фабрике; урадити три итерације;

б) анализирати добијени (оптимални) план транспорта.

3. Dva preduzeća ( i ) iznose isti proizvod na tržište . Oba preduzeća su odlučila da investiraju u ekonomsku propagandu u namjeri da povećaju svoje učešće u prodaji proizvoda. Propaganda će se vršiti putem televizije i putem prodajnog kataloga. Ukoliko oba preduzeća budu ulagala u propagandu putem televizije, odnosno kataloga, očekuje se porast prodaje proizvoda preduzeća  za 10 %. S druge strane, ako preduzeće  reklamira putem televizije, a preduzeće  putem prodajnog kataloga, preduzeće  će smanjiti prodaju 5 %; u suprotnom, ako se  odluči za reklamu putem prodajnog kataloga, a  putem televizije, smanjiće se učešće  za 8 %.

Potrebno je:

a) formirati matricu plaćanja;

b) pronaћi optimalnu strategiju preduzeća ; koristiti analitičku metodu;

v) pronaći optimalnu strategiju za preduzeћe ; koristiti vezu koja postoji između linearnog programiranja i teorije igara;

g) analizirati optimalna rješenja.

4. Познати су слиједећи елементи једног система, који је подијељен на три сектора:



Потребно је:

а) саставити међусекторску табелу;

б) објаснити значење коефицијента реализације  и укупног коефицијента друштвеног производа  ;

в) израчунати колике могу бити финалне испоруке појединих сектора ако се производња сваког сектора повећа за 10 %, уз услов да се не мијењају технички коефицијенти.

**ПРВИ КОЛОКВИЈ ИЗ ЕКОНОМСКО-МАТЕМАТИЧКИХ МОДЕЛА И МЕТОДА**

**22.04.2017. ГОДИНЕ – ГРУПА А**

**СТУДЕНТ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**БРОЈ ИНДЕКСА: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

1. Ресторан припрема сендвиче од сира и саламе. За један сендвич са сиром потребно је 0,05 кг хљеба, 0,01 кг маслаца и 0,02 кг сира. За један сендвич са саламом треба 0,05 кг хљеба, 0,017 кг маслаца и 0,01 кг саламе. На располагању је 20 кг хљеба, 5 кг маслаца, 6 кг сира и 2 кг саламе. Вјерује се да ће се сендвича од саламе продати од најмање 4:1 у односу на сендвиче од сира. Цијена једног сендвича од сира је 0,90 н.ј., а од саламе 1,1 н.ј.

Потребно је:

а) записати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему; ако је циљ максимирање цијене сендвича;

б) пронаћи оптимално рјешење модела под а) примјеном графичке методе;

в) анализирати оптимално рјешење.

2. Производ А се монтира из два дијела Д1 и Д2, што значи да се мора произвести једнак број дијелова Д1 и Д2. Сваки од ових дијелова може се произвести као финални производ једнофазном обрадом на некој од расположивих машина С1 и С2. На машини С1 може се за један сат рада произвести 3 јединице дијела Д1 и 5 јединица дијела Д2. На машини С2 могу се за један сат произвести 2 јединице дијела Д1 и 4 јединице дијела Д2. Расположиви мјесечни фонд сати рада машина је 300 сати, односно 350 сати респективно.

Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему ако је циљ максимизирање кориштења капацитета обје машине и објаснити значење варијабли из модела. Потребно је одредити колико се којих дијелова Д1 и Д2, односно производа А, може максимално произвести заједничким радом машина С1 и С2.
2. Пронаћи оптимално рјешење модела под а) полазећи од рјешења према коме ће се производити производ А од дијела Д2 на машинама С1 и С2 и дијела Д1 на машини С1.
3. Анализирати оптимално рјешење.

3. Једна производна радна јединица је одлучила да пошаље на специјализацију тачно 60 радника струке Р1, Р2 и Р3. Однос радника који се шаљу на специјализацију из струке С1 и С2 је највише у односу 1:2. Такође, радника струке Р2 и Р3 заједно треба упутити на специјализацију најмање 40. Трошкови специјализације по раднику износе: Р1-5 н.ј.; Р2-10 н.ј.; Р3-8 н.ј.

Потребно је:

а) Поставити модел и објаснити значење варијабли; циљ је минимизирање укупних трошкова специјализације;

б) пронаћи оптималан број радника сваке струке који ће бити упућени на специјализацију; примијенити симплекс табелу, урадити двије итерације (за студенте који желе највећу оцјену, урадити до оптималног рјешења) и анализирати добијено рјешење.

**ПРВИ КОЛОКВИЈ ИЗ ЕКОНОМСКО-МАТЕМАТИЧКИХ МОДЕЛА И МЕТОДА**

**22.04.2017. ГОДИНЕ – ГРУПА Б**

**СТУДЕНТ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**БРОЈ ИНДЕКСА: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

1. Двије нијансе наранџасте боје праве се мјешавином црвене и жуте боје и лака. Једна кутија прве нијансе тешка је 5 кг, а добије се мјешањем 1 кг црвене боје, 3 кг жуте боје и 1 кг лака, а кутија дргуе нијансе тешка је 5,2 кг, а прави се мјешањем по 2 кг црвене и жуте боје и 1,2 кг лака. Цијена једне кутије прве нијансе је 7 н.ј., а друге нијансе 8 н.ј. На располагању је 6 кг црвене боје, 10 кг жуте боје и 4 кг лака.

Потребно је:

1. Формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли из модела.
2. Одредити колико кутија које нијансе треба направити тако да њихов укупни приход од продаје буде максималан користећи графичку методу.
3. Анализирати оптимално рјешење.
4. Шта ће се десити са оптималним рјешењем ако се постави услов да мора бити расположиво најмање 4 кг лака?

2. Банка А је одлучила да пошаље на семинар тачно 60 радника из сектора С1, С2 и С3. Однос радника који се шаљу на семинар из сектора С1 и С2 је највише у односу 1:2. Такође, радника сектора С2 и С3 заједно треба упутити на семинар најмање 40. Трошкови семинара по раднику износе: Р1-5 н.ј.; Р2-10 н.ј.; Р3-8н.ј.

Потребно је:

а) Поставити модел и објаснити значење варијабли; циљ је минимизирање укупних трошкова семинара;

б) Пронаћи оптималан број радника сваког сектора који ће бити упућен на семинар; примијенити симплекс табелу, урадити двије итерације (за студенте који желе највећу оцјену, урадити до оптималног рјешења) и анализирати добијено рјешење.

3. Група естрадних умјетника послала је услове за одржавање концерта у једној музичкој дворани. Њихов програм се састоји од наступа једног пјевача народне музике, једне музичке групе и једног хумористе. Цјелокупни програм не може трајати дуже од 60 минута. Пјевач народне музике мора наступити најмање 30 минута. Ако због пријечености музичка група не буде учествовала у програму, наступ хумористе треба да траје најмање 20 минута. Ако се и музичка група укључи у програм, онда ће се за сваки минут њиховог наступа смањити учешће хумористе у програму за један минут. За сваки минут наступа народном пјевачу се плаћа 7.000 н.ј., музичкој групи 5.000 н.ј. и хумористи 6.000 н.ј.

Потребно је:

а) формирати модел линеарног програмирања ако је циљ минимизирање трошкова наступа; објаснити значење варијабли из модела;

б) пронаћи оптимално рјешење модела под а) полазећи од рјешења према коме ће цјелокупни програм бити краћи од сат времена а у времену трајања наступа пјеваће народни пјевач и музичка група;

в) колика ће се максимална зарада остварити ако се претпоставља да ће се продати свих расположивих 1.000 улазница по цијени од 2.000 н.ј;

г) анализирати добијено рјешење модела.

**ПИСМЕНИ ДИО ИСПИТА ИЗ ЕКОНОМСКО-МАТЕМАТИЧКИХ МОДЕЛА И МЕТОДА 21042017**

1.У предузећу треба да се израде 3 производа А, Б, Ц, у количинама од тачно 200, тачно 100 и тачно 250 ком., респективно. Од неколико група машина на којима ће се израђивати ови производи 3 групе машина су уско грло, те се према њиховом расположивом фонду времена треба истражити план производње. Расположиви фонд времена износи 3000 сати за групу машина М1 , 4000 сати за групу М2 и 6000 сати за групу М3. За израду сваког производа могу да се примијене по два различита технолошка поступка. Нормативи времена израде ових производа у сат/ком. и трошкови израде у дин/ком. дају се у следећој табели:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Производ | А | | Б | | Ц | |
| Технолошки поступак | I | II | I | II | I | II |
| Група машина М1 | 4 | 8 | 4 |  | 4 | 2 |
| Група машина М2 | 4 |  | 6 | 4 | 2 | 12 |
| Група машина М3 | 4 | 6 | 8 | 20 | 14 | 8 |
| Тр.израде д/ком | 200 | 240 | 250 | 200 | 300 | 230 |

Потребно је:

а) формирати модел који одговара описаном проблему и објаснити значење варијабли;

б) истражити такав план производње коме одговарају минимални укупни трошкови израде; урадити двије симплекс табеле;

в) анализирати добијено рјешење.

1. У предизборној кампањи политичка странка жели да емитује бар 130 пропагандних порука на три најаче телевизије (Т1, Т2, Т3). Једна порука приказана на телевизији Т1 траје пола минута, на Т2 15 секунди, а на Т3 најмање 1 минута. Одлучено је да се на телевизији Т1 емитује најмање 40 минута, на Т2 највише 50 минута, а на Т3 најмање 30 минута порука. Емитовање пропагандних порука се плаћа по утрошеном времену и то: на Т1 100 н.ј. по минути, на Т2 120 н.ј. по минути и на Т3 110 н.ј. по минути. Потребно је:
2. формирати модел линеарног програмираања који одговара описаном проблему, одредити количину минута на којој телевизији треба странка да се оглашава да би укупна цијена оглашавања била минимална, објаснити значење варијабли;

б) пронаћи оптимално рјешење проблема полазећи од рјешења према коме анализирамо само реалне варијабле;

в) анализирати добијено рјешење.

4. Нека је дата игра коју играју играчи  и . У игри играч  напише један од бројева 1, 2 или 3, а играч  један од бројева 1, 2, 3 или 4, а да не зна шта је написао играч . Играч  има на располагању 3 стратегије: ,  и . Играч  има на располагању 4 стратегије: , ,  и . Ако одигра стратегију ,  може добити 6, 2, 4 или 7 н.ј. с обзиром на то коју стратегију одигра ; сигурно међутим добија најмање 2 н.ј.. Ако одигра стратегију ,  може добити 3, 7, 5 или 6 н.ј., али не може добити мање од 3 н.ј. Ако одигра стратегију ,  може добити 2, 2, 1 или 3 н.ј., с тим да не може добити мање од 1 н.ј. Слично можемо установити за играча . Ако одигра стратегију ,  може изгубити 6, 3 или 2 н.ј., али сигурно неће изгубити више од 6 н.ј. Ако одигра стратегију ,  може изгубити 2, 7 или 2 н.ј., али не може изгубити више од 7 н.ј. Ако одигра стратегију ,  може изгубити 4, 5 или 1, али не може изгубити више од 5 н.ј. Ако одигра стратегију ,  може изгубити 7, 6 или 3, али не више од 7 н.ј. Потребно је:

1. формирати матрицу плаћања описане конфликтне ситуације;
2. пронаћи оптималну стратегију за играча; користити аналитичку и графичку методу.

4. Систем је подијељен на три сектора , а познато је :

 

Потребно је:

а) саставити међусекторску табелу;

б) израчунати за колико процената ће се појединачно промјенити вањске набавке сваког сектора, ако се планира пораст ДП првог сектора за 10%, а трећег сектора за 1/5.

**ПИСМЕНИ ДИО ИСПИТА ИЗ ЕКОНОМСКО-МАТЕМАТИЧКИХ МОДЕЛА И МЕТОДА 22.05.2017. године**

1. У једном предузећу се израђују два производа А и Б. Максимална мјесечна тражња за оба производа износи 7.000 комада. Производа А треба израдити за 60% више него производа Б. Између количина производа А и Б постоји и међузависност. Ако се не буде израђивао производ А тада треба израдити најмање 1.000 комада производа Б. Ако се буде израђивао и производ А тада ће се на сваку јединицу овог производа израдити 3/2 производа Б. Продајна цијена јединице производа А је 3 н.ј. а Б 4 н.ј. Трошкови производње јединице производа А и Б су по 1 н.ј. Фиксни трошкови су 15 н.ј.

Потребно је:

1. формирати модел разломљеног линеарног програмирања који одговара описаном проблему; објаснити значење варијабли из модела; циљ је максимирање коефицијента економичности;
2. пронаћи оптимално рјешење примјеном графичке методе;
3. анализирати оптимално рјешење.

2. Трговинско предузеће за промет пољопривредних машина располаже са 10.240.000 н.ј. средстава намијењених за набавку машина ,  и  и складишним простором од 1.000 м2. Увидом у техничку пратећу документацију утврђено је да: машина  заузима 8 м2 складишног простора а набавна цијена јој је 8.000 н.ј., машина  заузима 6 м2 складишног простора а набавна цијена јој је 10.000 н.ј. и машина  заузима 8 м2 складишног простора а набавна цијена јој је 12.000 н.ј. Добављач (све три машине су од истог произвођача) је предвидио испоруку од најмање 60 машина , ако се не буде испоручивала машина . Ако се буде испоручивала и машина , трговинско предузеће инсистира да се смањи набавка машина  у односу 1:3.

Потребно је:

а) формирати модел линеарног програмирања који одговара описаном проблему; колико врста појединих машина треба да се набави да би трговинско предузеће остварило максималну зараду; објаснити значење варијабли из модела;

б) пронаћи оптимално рјешење модела под а) полазећи од рјешења према коме неће бити утрошена сва расположива средства за набавку машина а набавиће се машине  и ; урадити једну итерацију;

в) анализирати добијено рјешење.

3. За анализу једног производног система који је подијељен на 3 сектора познати су следећи подаци: матрица секторских мултипликатора (I-A)-1 , непотпуна матрица техничких коефицијената, укупни технички коефицијенти , непотпуни вектори те однос коефицијената mj и dj:

m1: d1 = 3 : 2; m2: d2 = 4 : 2; m3: d3 = 2 : 5

Потребно је:

1. Саставити међусекторску табелу;

б) Израчунати проценат промјене вриједности производње сваког сектора појединачно који је посљедица повећања цијене вањских набавки првог сектора за 10% и смањења цијена вањских набавки трећег сектора за 5%.

4. Сложени задатак, који се састоји од 10 реалних активности, има слиједеће елементе:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Активности |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Зависе од | - | - |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Трајање | 11 | 2 | 3 | 4 | 3 | 4 | 2 | 2 | 3 | 1 |
|  | 10 | 1 | 2 | 4 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Трошки | 10 | 8 | 9 | 10 | 20 | 30 | 6 | 8 | 10 | 9 |
|  | 11 | 8,5 | 9,6 | 10 | 20 | 32 | 8 | 10 | 12 | 9 |

Потребно је:

а) нацртати мрежни дијаграм и нумерисати догађаје;

б) скраћивањем трајања активности, потребно је урадити два могућа рјешења.