Сукцесивне исплате — ренте

IV таблице • Декурзивне и антиципативне исплате • Вјечите ренте

Андреј Шева, асистент

2025/2026 • Финансијска математика — Вјежбе 10 и 11

andrej.seva@ef.unibl.org

Консултације: уторком и четвртком 10–12h (кабинет 401) уз претходну најаву

Употреба IV финансијских таблица

Једнаке сукцесивне исплате, углавном распоређене у унапријед дефинисаним једнаким временским интервалима

3 варијанте:

1. Период капиталисања = Период исплата
2. Период исплата $<$ Период капиталисања (чешће исплате од капиталисања)
3. Период исплата $>$ Период капиталисања (чешће капиталисање од исплата)

+ Вјечите ренте

Двије врсте исплата:

- Декурзивне — исплата на крају периода
- Антиципативне — исплата на почетку периода

Период капиталисања = Период исплата

Декурзивне исплате

Период капиталисања = Период исплата

Формуле:

$$K = R \cdot \frac{r^n - 1}{r^n(r-1)} = R \cdot IV_p^n$$

гдје је $r = 1 + \frac{p}{100}$ (каматни фактор), $v = \frac{1}{r}$ (дисконтни фактор)

Декурзивне исплате — извођење обрасца

$$K = R \cdot \frac{1}{r} + R \cdot \frac{1}{r^2} + R \cdot \frac{1}{r^3} + \ldots + R \cdot \frac{1}{r^n} = R \cdot (v + v^2 + v^3 + \ldots + v^n)$$

Издвојимо суму геометријског низа $S = v + v^2 + \ldots + v^n$:

$$S \cdot v = v^2 + v^3 + \ldots + v^{n+1}$$
$$S - S \cdot v = v - v^{n+1}$$
$$S(1 - v) = v(1 - v^n)$$

$$S = \frac{v(1 - v^n)}{1 - v} = \frac{\frac{1}{r}\left[1 - \left(\frac{1}{r}\right)^n\right]}{1 - \frac{1}{r}} = \frac{r^n - 1}{r^n(r - 1)}$$

Вратимо у првобитни образац:

$$\boxed{K = R \cdot \frac{r^n - 1}{r^n(r - 1)} = R \cdot IV_p^n}$$

Период капиталисања = Период исплата

Формуле:

$$K = R \cdot \frac{r(r^n - 1)}{r^n(r-1)} = R \cdot (1 + IV_p^{n-1})$$

Примјери — Период капиталисања = Период исплата

1. Полугодишња рента од 3.000 н.ј. прима се 4 године. Примање ренте почиње 6 мјесеци послије уплате. Камата се обрачунава полугодишње на основу годишње каматне стопе 8% (d). Колика је уплата?

2. Колико би новчаних јединица требало издвојити у неки фонд за помоћ радницима за коришћење плаћеног одсуства у току 6 година, уз годишње укамаћење по стопи 7% (d), ако би годишња помоћ била 5.000 н.ј. и ако би исплата почела одмах?

3. Колико би новчаних јединица требало уплатити за 6 годишњих исплата по 4.200 н.ј. ако би се прва сума примила 4 године након уплате и ако се камата обрачунава годишње по стопи 5% (d)? Претпоставити да су исплате: а) декурзивне и б) антиципативне.

4. Уговором о стипендирању, фонд се обавезао да ће стипендисти исплаћивати мјесечно, и то у току 4 године по 200 н.ј. Поред тога, фонд ће исплатити на име награде 1.000 н.ј. ако стипендиста заврши студије за 4 године. Исплата треба да почне: а) један мјесец од дана потписивања уговора и б) на дан потписивања уговора. Годишња каматна стопа, уз мјесечни обрачун, 12%.

Примјер 1 — Рјешење

Дато: $R = 3.000$, $n = 4$ год. $\times 2 = 8$ полугодишта, $i = 0{,}08$, $i_r = 0{,}04$

Декурзивне исплате (прва исплата 6 мјесеци послије уплате):

Рјешење:

$$U = 3.000 \cdot IV_4^8$$

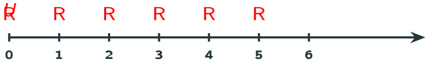
Објашњење:

- IV_4^8 — дисконтовање свих рента на тренутак уплате (IV таблице)
- Период капиталисања = Период исплата = полугодиште
- $p/m = 8/2 = 4$

Примјер 2 — Рјешење (антиципативно)

Дато: $R = 5.000$, $n = 6$ година, $i = 0{,}07$

Исплата почиње одмах $\Rightarrow$ антиципативне ренте



Рјешење:

$$U = R \cdot (1 + IV_7^{6-1}) = 5.000 \cdot (1 + IV_7^5)$$

Формула за антиципативне ренте: $K = R \cdot (1 + IV_p^{n-1})$

Примјер 3 — Рјешење (одгођена рента)

Дато: $R = 4.200$, 6 годишњих исплата, прва исплата 4 године након уплате, $i = 0{,}05$

а) Декурзивне:

$$U = 4.200 \cdot IV_5^6 \cdot II_5^3$$

б) Антиципативне:

$$U = 4.200 \cdot (1 + IV_5^{6-1}) \cdot II_5^4$$

Објашњење:

- IV_5^6 дисконтује ренте на почетак серије исплата
- II_5^3 (односно II_5^4) дисконтује ту вриједност назад на тренутак уплате

Примјер 4 — Рјешење (стипендирање)

Дато: $R = 200$, $R' = 1.000$, $n = 4$ године $\times 12 = 48$ мјесеци, $i = 0{,}12$, $i_r = 0{,}01$

а) Декурзивно (исплата почиње 1 мјесец од потписивања):

$$U = 200 \cdot IV_1^{48} + 1.000 \cdot II_1^{48}$$

б) Антиципативно (исплата почиње на дан потписивања):

$$U = 200 \cdot (1 + IV_1^{47}) + 1.000 \cdot II_1^{48}$$

Објашњење:

- Награда од 1.000 н.j. се исплаћује на крају 48. мјесеца — увијек се дисконтује са II_1^{48}
- Разлика је само у формули за мјесечне ренте

Период исплата $<$ Период капиталисања

Декурзивне исплате — чешће исплате од капиталисања

Период исплата $<$ Период капиталисања

Метод конформне каматне стопе:

$$K = R \cdot \frac{r_c^{mn} - 1}{r^{mn}(r_c - 1)}$$

Метод комбинације простог и сложеног каматног рачуна:

$$K = R \cdot \left[m + \frac{p(m-1)}{200} \right] \cdot \frac{r^n - 1}{r^n(r-1)}$$

гдје је:

- m — број исплата унутар једног периода капиталисања
- n — број периода капиталисања
- r_c — конформни каматни фактор

Антиципативне исплате — чешће исплате од капиталисања

Период исплата $<$ Период капиталисања

Метод конформне каматне стопе:

$$K = R \cdot \frac{r_c \cdot (r_c^{mn} - 1)}{r^{mn}(r_c - 1)}$$

Метод комбинације простог и сложеног каматног рачуна:

$$K = R \cdot \left[m + \frac{p(m+1)}{200}\right] \cdot \frac{r^n - 1}{r^n(r - 1)}$$

Разлика од декурзивног:

- $(m - 1)$ постаје $(m + 1)$ у бројиоцу

Период исплата $>$ Период капиталисања

Декурзивне исплате — чешће капиталисање од исплата

Период исплата $>$ Период капиталисања

Метод дисконтовања сваке ренте појединачно / ефективне каматне стопе:

$$K = R \cdot \frac{r^{mn} - 1}{r^{mn}(r^m - 1)}$$

гдје је:

- m — број периода капиталисања унутар једног периода исплата
- n — укупан број исплата (рента)

Период исплата $>$ **Период капитализисања**

$$K = R \cdot \frac{r^m \cdot (r^{mn} - 1)}{r^{mn}(r^m - 1)}$$

5. Колико особа А треба да уплати данас да би осигурала себи једнаку кварталну постнумерандо ренту која ће се исплаћивати 3 године и након тога једнаку декурзивну полугодишњу ренту још 4 године. Рента прве серије је већа од ренте друге серије за 10%, односно за 140 н.ј. Обрачун камате је полугодишњи по каматној стопи од 12% p.a. (d), а прва рента друге серије се исплаћује 6 мјесеци након посљедње ренте прве серије.

6. Рента је исплаћивана у току 10 година на сљедећи начин: прве 3 године на крају сваког тромјесечја по ... н.ј, у току наредне 4 на крају сваког полугодишта, а посљедња рента у износу од 6.000 н.ј. је исплаћена на крају 10. године. Каматна стопа је 5%. Колика је уплата за ове ренте, ако се зна да је она уплаћена 3 мјесеца прије исплате прве ренте? Рента прве серије је мања од посљедње ренте за 50%, а рента друге већа од ренте прве за 20%.

Примјер 5 — Рјешење

Дато: $R = 1{,}1R'$, $R = 140 + R'$, $i = 0{,}12$, $i_r = 0{,}06$

$\Rightarrow R' = 1.400$, $R = 1.540$

Метод комбинације простог и сложеног каматног рачуна:

$$U = 1.540 \cdot \left[2 + \frac{6(2-1)}{200}\right] \cdot IV_{\mathbf{6}}^{\mathbf{6}} + 1.400 \cdot IV_{\mathbf{6}}^{\mathbf{8}} \cdot II_{\mathbf{6}}^{\mathbf{6}}$$

Примјер 6 — Рјешење

Дато: $R'' = 6.000$, $R = 0{,}5R'' = 3.000$, $R' = 1{,}2R = 3.600$, $i = 0{,}05$

- 1. серија: тромјесечне исплате, 3 год. ($m = 4$, период исплата $<$ период кап.)
- 2. серија: полугодишње исплате, 4 год. ($m = 2$)
- 3. серија: једна исплата на крају 10. године

Формула:

$$U = R \cdot \left[4 + \frac{5 \cdot 3}{200}\right] \cdot IV_{\mathbf{5}}^{\mathbf{3}} + R' \cdot \left[2 + \frac{5}{200}\right] \cdot IV_{\mathbf{5}}^{\mathbf{4}} \cdot II_{\mathbf{5}}^{\mathbf{3}} + R'' \cdot II_{\mathbf{5}}^{\mathbf{10}}$$

Примјер 7 — Задатак

7. Инвеститор је током 5 година улагао по 300 КМ свака 3 мјесеца (на крају сваког квартала) у штедни рачун код банке која обрачунава камату полугодишње. Номинална годишња каматна стопа износи 6% уз полугодишње капиталисање. На крају 5 година, инвеститор одлучује да подигне акумулирани износ кроз сљедеће сукцесивне исплате:

- Прве 3 године: исплате свака 2 мјесеца
- Наредне 2 године: исплате сваких 6 мјесеци
- Посљедње 3 године: једна исплата годишње

Банка наставља обрачунавати камату полугодишње, 6%. Поставити модел еквиваленције. Колико износи једна рента, ако је она као појединачна иста кроз све серије исплата?

Примјер 7 — Рјешење

Дато: $U = 300,\ i = 0{,}06,\ i_r = 0{,}03,\ r_e = (1{,}03)^2 = 1{,}0609$

$R = R' = R''$ (једнаке ренте свих серија)

Фаза улагања: декурзивно, период улагања $<$ период капиталисања

$$K = 300 \cdot \left(2 + \frac{3}{200}\right) \cdot (III_{\mathbf{3}}^{\mathbf{9}} + 1)$$

Фаза исплата:

$$K = R \cdot \left(3 + \frac{3 \cdot 2}{200}\right) \cdot IV_{\mathbf{3}}^{\mathbf{6}} + R \cdot IV_{\mathbf{3}}^{\mathbf{4}} \cdot II_{\mathbf{3}}^{\mathbf{6}} + R \cdot IV_{\mathbf{6,09}}^{\mathbf{3}} \cdot II_{\mathbf{3}}^{\mathbf{10}}$$

Из еквиваленције $K = K$:

$$R = 300 \cdot \frac{\left(2 + \frac{3}{200}\right)\left(III_{\mathbf{3}}^{\mathbf{9}} + 1\right)}{\left(3 + \frac{6}{200}\right) IV_{\mathbf{3}}^{\mathbf{6}} + IV_{\mathbf{3}}^{\mathbf{4}} \cdot II_{\mathbf{3}}^{\mathbf{6}} + IV_{\mathbf{6,09}}^{\mathbf{3}} \cdot II_{\mathbf{3}}^{\mathbf{10}}}$$

Аритметичка и геометријска прогресија

Период исплата = Период капиталисања

Ренте се мијењају за константан износ d сваки период.

Декурзивно:

$$K = R_1 \cdot IV_p^n \pm \frac{100d}{p} \cdot \left[IV_p^n - n \cdot II_p^n \right]$$

Антиципативно:

$$K = R_1 \cdot (1 + IV_p^{n-1}) \pm \frac{100d}{p} \cdot \left[(1 + IV_p^{n-1}) - n \cdot II_p^{n-1} \right]$$

+ ако се ренте повећавају, − ако се смањују

Период исплата = Период капиталисања

Ренте се мијењају за константан проценат q сваки период.

Декурзивно:

$$K = R_1 \cdot \frac{r^n - q^n}{r^n(r-q)}$$

Ако је $r = q$: $\quad K = R_1 \cdot n \cdot II_p^n$

Антиципативно:

$$K = R_1 \cdot \frac{r(r^n - q^n)}{r^n(r-q)}$$

Ако је $r = q$: $\quad K = R_1 \cdot n$

8. У току прих 6 година антиципативне ренте се повећавају за 2% годишње, а наредне 4 године декурзивне ренте се смањују за 1.000 н.ј. Каматна стопа: прве 3 год. 3%, надаље 2%. Збир ренти друге серије 26.000 н.ј., прва рента прве серије за 20% већа од прве ренте друге серије.

$R_1' = 8.000$, $R_1 = 1{,}2 \cdot 8.000 = 9.600$, $q = 1{,}02$, $d = -1.000$

Рјешење:

$$K = 9.600 \cdot \frac{1{,}03(1{,}03^{3} - 1{,}02^{3})}{1{,}03^{3}(1{,}03 - 1{,}02)} + 9.600 \cdot 1{,}02^{3} \cdot 3 \cdot II_{3}^{3}$$

$$+ \left[R_1' \cdot IV_2^4 - \frac{100 \cdot 1.000}{2} \cdot \left(IV_2^4 - 4 \cdot II_2^4 \right) \right] \cdot II_2^3 \cdot II_3^3$$

Напомена: Када је $r = q$, образац постаје $K = R_1 \cdot n \cdot II_p^n$ (за декурзивно) односно $K = R_1 \cdot n$ (за антиципативно).

Вјечите ренте

Вјечите ренте — дефиниција

Једнаке сукцесивне исплате гдје $n \to \infty$

Полази се од IV таблица, када $n \to \infty$:

$$K = \lim_{n\to\infty} R \cdot \frac{r^n - 1}{r^n(r-1)} = R \cdot \lim_{n\to\infty} \frac{r^n(1 - \frac{1}{r^n})}{r^n(r-1)} = R \cdot \frac{1}{r-1}$$

3 варијанте:

1. Период капиталисања = Период исплата
2. Период исплата < Период капиталисања
3. Период исплата > Период капиталисања

\+ Аритметичка и геометријска прогресија

Вјечите ренте — преглед формула

	Декурзивно	Антиципативно
Период исплата = период кап.	$K = R \cdot \dfrac{1}{r-1}$	$K = R \cdot \dfrac{r}{r-1}$
Период исплата < период кап.	$K = R \cdot \dfrac{1}{r_c-1}$	$K = R \cdot \dfrac{r_c}{r_c-1}$
(комб. простог и сложеног)	$R \cdot \left[m + \dfrac{p(m-1)}{200}\right] \cdot \dfrac{1}{r_c-1}$	$R \cdot \left[m + \dfrac{p(m+1)}{200}\right] \cdot \dfrac{1}{r-1}$
Период исплата > период кап.	$K = R \cdot \dfrac{1}{r^m-1}$	$K = r \cdot \dfrac{r^m}{r^m-1}$
Аритметичка прогресија	$R_1 \cdot \dfrac{1}{r-1} \pm \dfrac{100d}{p} \cdot \dfrac{1}{r-1}$	$R_1 \cdot \dfrac{r}{r-1} \pm \dfrac{100d}{p} \cdot \dfrac{r}{r-1}$
Геометријска прогресија	$K = R_1 \cdot \dfrac{1}{r-q}$	$K = R_1 \cdot \dfrac{r}{r-q}$

Вјечита рента — примјер

Задатак: Вјечита декурзивна рента се исплаћује у току првих 8 година по 22.000 н.ј, а надаље се константно повећава за 40 н.ј. Колика је уплата ако је каматна стопа за првих 20 година 4% (d), а надаље 6% (d)?

Три серије:

- 1. серија: 8 година, $R = 22.000$, $p_1 = 4\%$
- 2. серија: 12 година (год. 9–20), $R_1' = 22.040$, $d = 40$, $p_1 = 4\%$
- 3. серија: вјечита рента од год. 20, $R_1'' = 22.520$, $d = 40$, $p_2 = 6\%$

Формула:

$$K = 22.000 \cdot IV_4^8 + \left[22.040 \cdot IV_4^{12} + \frac{100 \cdot 40}{4}\left(IV_4^{12} - 12 \cdot II_4^{12}\right)\right] \cdot II_4^8$$
$$+ \left[22.520 \cdot \frac{1}{1{,}06 - 1} + \frac{100 \cdot 40}{6} \cdot \frac{1}{1{,}06 - 1}\right] \cdot II_4^{20}$$

Ренте и улози — комбиновани задаци

1. Уговорено је да се уплаћује годишње декурзивно у току 10 година по 10.000 н.ј. Формирана сума треба да послужи за једнаке тромјесечне декурзивне ренте чије би исплаћивање почело 3 мјесеца након уплате посљедњег улога и потрајало 5 година. Првих 5 улога положено је према уговору, док је посљедњих 5 улога положено на дан рока уплате 10. улога у износу којим су ликвидиране све обавезе. Камата се обрачунава годишње по стопи 8% (d). Колика је рента?

2. Рента се исплаћује у току 15 година: у току првих 5 година на почетку сваког полугодишта по 6.000 н.ј; у току наредних 6 година на крају сваког мјесеца по ... н.ј; у току посљедње 4 године на крају сваког тромјесечја, с тим да се рента константно повећава за 2,8%. Каматна стопа за првих 7 година и 7 мјесеци је 2% (d), а надаље 2,4% (d) уз тромјесечно капиталисање. Колика је уплата ако је рента прве серије већа од ренте друге серије за 700%, а рента друге серије мања од прве ренте треће серије за 50%?

Комбиновани задаци — текст (наставак)

3. Улагано је у току 5 година на почетку сваког мјесеца по ... н.ј. На бази акумулираних средстава исплаћивана је рента у току 10 година: у току прве 4 године полугодишње, с тим да се рента константно смањује за 0,4%; у току наредних 5 година годишње по ... н.ј.; а посљедња рента је исплаћена на крају десете године и износи 6.000 н.ј. Каматна стопа 4% (d) уз полугодишње капиталисање. Колики је улог ако је посљедња рента већа од прве ренте прве серије за 140%, а посљедња рента прве серије мања од ренте друге серије за 40%?

4. Прије 10 година почело се са уплатама на рачун у банци: прве 3 године крајем свака четири мјесеца по 200 н.ј, наредне 4 године крајем полугодишта по 340 н.ј. Посљедња уплата, почетком десете године износила је 3.992,44 н.ј. Исплата почиње одмах по завршетку посљедње године улагања и врши се у двије серије. Прва серија исплата је годишња (10 год.). Након тога креће вјечна декурзивна четворомјесечна исплата. Рента вјечне ренте мања за 30% од ренте прве серије. Капиталисање четворомјесечно, каматна стопа 9% (d).

5. Уплаћивано је у току 5 година на крају сваког тромјесечја по ... н.ј. Потом је у току наредне 3 године уплаћивано на крају сваког полугодишта по 12.320,00 н.ј. На бази акумулираних средстава исплаћиване су декурзивне полугодишње ренте које се константно повећавају за 5% у току 7 година. Прва исплата почиње једно полугодиште послије посљедње уплате. Колико износи прва рента, ако је уплата друге серије већа од уплате прве серије за 40% и ако је каматна стопа за првих 10 година 13%, а за наредни период 14% p.a. (d) уз полугодишњи обрачун камате?

Дато: $U = 10.000$, $i = 0{,}08$, 5 улога редовно + 5 улога одједном

$U^* = 5U = 10.000 \cdot 5 = 50.000$

Еквиваленција (пролонгација улога = дисконтовање ренти):

$$10.000 \cdot (1 + III_{\mathbf{8}}^{\mathbf{5-1}}) \cdot I_{\mathbf{8}}^{\mathbf{5}} + 50.000 = R \cdot \left[4 + \frac{8(4-1)}{200}\right] \cdot IV_{\mathbf{8}}^{\mathbf{5}}$$

Рјешење за R:

$$R = \frac{10.000 \cdot (1 + III_{\mathbf{8}}^{\mathbf{4}}) \cdot I_{\mathbf{8}}^{\mathbf{5}} + 50.000}{\left[4 + \frac{\mathbf{8 \cdot 3}}{\mathbf{200}}\right] \cdot IV_{\mathbf{8}}^{\mathbf{5}}}$$

Напомена: $\frac{1}{IV_p^n} = V_p^n$ *(реципрочна вриједност IV таблица)*

Дато: $R = 6.000$, $R = 8R' \Rightarrow R' = 750$, $R' = 0{,}5R_1'' \Rightarrow R_1'' = 1.500$

$i_1 = 0{,}02$, $i_{1r} = 0{,}005$; $i_2 = 0{,}024$, $i_{2r} = 0{,}006$; $q = 1{,}028$

Ефективна каматна стопа: $r_e = (1{,}005)^2$, тј. $n(R) = 10$ полугодишта

Формула:

$$K = R \cdot \frac{1{,}005^{2}(1{,}005^{2\cdot 10} - 1)}{1{,}005^{2\cdot 10}(1{,}005^{2} - 1)} + R' \cdot \left[3 + \frac{0{,}5(3-1)}{200}\right] \cdot IV_{0,5}^{10} \cdot II_{0,5}^{20}$$

$$+ R' \cdot II_{0.5}^{1/3} II_{0.5}^{30} + R' \cdot II_{0.6}^{1/3} II_{0.5}^{1/3} II_{0.5}^{30} + R' \cdot II_{0.6}^{2/3} II_{0.5}^{30} + R' \cdot \left[3 + \frac{0{,}5(3-1)}{200}\right] \cdot IV_{0,6}^{13} II_{0.6}^{2/3} II_{0.5}^{1/3} II_{0.5}^{30}$$

$$+ R_1'' \cdot \frac{1{,}006^{16} - 1{,}028^{16}}{1{,}006^{16}(1{,}006 - 1{,}028)} \cdot II_{0,6}^{13\frac{2}{3}} \cdot II_{0,5}^{30\frac{1}{3}}$$

Задатак 3 — Рјешење

Дато: $R'' = 6.000,\ R'' = 2{,}4R_1 \Rightarrow R_1 = 2.500,\ R_8 = 0{,}6R' \Rightarrow R' = 4.051{,}39$

$q = 0{,}996,\ R_8 = 2.500 \cdot (0{,}996)^7 = 2.430{,}83$

$i = 0{,}04,\ i_r = 0{,}02,\ r_e = (1{,}02)^2 = 1{,}0404,\ p_e = 4{,}04$

Еквиваленција (улози = ренте):

$$U \cdot \left[6 + \frac{2(6+1)}{200}\right] \cdot (1 + III_2^{10-1}) = 2.500 \cdot \frac{(1{,}02)^8 - (0{,}996)^8}{(1{,}02)^8(1{,}02 - 0{,}996)} + 4.051{,}39 \cdot IV_{4{,}04}^{5} \cdot II_2^{18} + R'' \cdot II_2^{30}$$

Задатак 4 — Рјешење

Дато: $i = 0{,}09,\ i_r = 0{,}03,\ R' = 0{,}7R$

Пролонгација свих улога на крај 10. године:

$$UK_{30} = 200 \cdot (1 + III_3^{9-1}) \cdot I_3^{21} + 340 \cdot \frac{1{,}03^{12} - 1}{\sqrt{1{,}03^3} - 1} \cdot I_3^3 + 3.992{,}44 \cdot I_3^3$$

Дисконтовање ренти на крај 10. године:

$$RK_0 = R \cdot \frac{1{,}03^3(1{,}03^{30} - 1)}{1{,}03^{30}(1{,}03^3 - 1)} + 0{,}7R \cdot \frac{1}{1{,}03 - 1} \cdot II_3^{30}$$

Из еквиваленције: $UK_{30} = RK_0$

6. Улагано је у току 4 године на почетку сваког тромјесечја по ... н.ј. По протеку 45 мјесеци од дана посљедње уплате уплаћено је још 1.000 н.ј. На бази акумулираних средстава исплаћивана је декурзивна рента у току 7 година на сљедећи начин: у току прве 3 године годишње по 3.000 н.ј, а у току наредне 4 године полугодишње, с тим да се рента константно повећавала за 50 н.ј. Каматна стопа за првих 10 година и 6 мјесеци је 7% p.a. (d), а надаље 10% уз полугодишње капиталисање. Колико износи један улог прве серије ако је рента прва серије већа од посљедње ренте за 650% и ако је прва рента исплаћена 12 мјесеци од дана посљедње уплате? Поставити модел, дефинисати све елементе модела и скицирати временску линију.

7. Особа улаже на посебан рачун код банке у току 3 године на почетку сваког двомјесечја по 200 н.ј. 2 године и 8 мјесеци након посљедње уплате улаже шестомјесечне антиципативне износе који расту за 1,5% и тако 3 године. По завршетку уплата креће се са полугодишњим декурзивним рентама од 221 н.ј. 2 године, потом 5 година годишњим декурзивним рентама од ... н.ј. Каматна стопа је првих 5 година 10% p.a. (d), а потом 14% p.a. (d), а капиталисање полугодишње. Колико износи рента посљедње серије, ако је већа за 20% од првог улагања друге серије? Поставити модел, дефинисати све елементе модела и скицирати временску линију.

8. Прије 10 година почело се са уплатама на рачун у банци, и то: прве 3 године крајем свака четири мјесеца по 200 н.ј, наредне четири године крајем полугодишта по 340 н.ј. Посљедња уплата, почетком десете године, износила је 3.992,44 н.ј. Исплата почиње одмах по завршетку посљедње године улагања и врши се у двије серије. Прва серија исплата је годишња и исплаћује се 10 година по ... н.ј. Након тога креће вјечна декурзивна четворомјесечна исплата у износу од ... н.ј. Колико износи једна вјечита рента уколико је мања за 30% од ренте прве серије, ако је капиталисање током цијелог периода четворомјесечно и ако је каматна стопа 9% (d).

9. Улагано је у току 20 година на крају сваког тромјесечја по ... н.ј. 5 година и 3 мјесеца након посљедњег улога у првој серији, уложено је још 6.000 н.ј. 15 мјесеци од посљедњег улагања, креће се са вјечним полугодишњим декурзивним исплатама по 1.000 н.ј. Колико износи улог прве серије, ако је каматна стопа 6% за првих 25 година, па онда 8% уз полугодишње капиталисање? Скицирати временску линију, дефинисати све елементе модела и поставити модел.

Хвала на пажњи!

Питања?