

Мјенице

Комерцијални и рационални есконт • Емитовање мјеница

Андреј Шева, асистент

2025/2026 • Финансијска математика — Вјежбе 3

andrej.seva@ef.unibl.org

Консултације: уторком и четвртком 10–12h (кабинет 401) уз претходну најаву

Шта је мјеница?

- Краткорочна дужничка хартија од вриједности (ХОВ)
- Првенствено средство плаћања, а данас и обезбјеђења плаћања

Основни појмови:

- **Номинална вриједност** — износ на који мјеница гласи
- **Есконт** — камата (прости каматни рачун)
- **Есконтована вриједност** — вриједност мјенице прије њеног рока доспијећа у било ком тренутку, умањена за одговарајућу камату
- **Чиста есконтована вриједност** — есконтована вриједност умањена за провизију и трошкове обраде

Двије врсте есконта:

1. Комерцијални (пословни) есконт
2. Рационални (службени или математички) есконт

Претпоставља да се камата обрачунава на номиналну вриједност мјенице (G_n), која је у овом случају чиста главница.

Формуле:

$$E_c = G_n \cdot i \cdot \frac{d}{360}$$

$$G_0 = G_n \cdot \left(1 - i \cdot \frac{d}{360}\right)$$

$$G_0 = G_n - E_c$$

Означавање:

- G_n — номинална вриједност мјенице
- E_c — комерцијални есконт
- G_0 — есконтована вриједност
- i — есконтна стопа
- d — број дана од есконтовања до доспијећа мјенице

Претпоставља да исплаћени/одобрени износ представља чисту главницу на коју се есконт обрачунава, док номинална вриједност мјенице представља увећан износ.

Формуле:

$$E_r = G_0 \cdot i \cdot \frac{d}{360}$$

$$G_0 = \frac{G_n}{1 + i \cdot \frac{d}{360}}$$

$$G_n = G_0 + E_r$$

Означавање:

- G_n — номинална вриједност мјенице
- E_r — рационални есконт
- G_0 — есконтована вриједност
- i — есконтна стопа
- d — број дана од есконтовања до доспијећа мјенице

Комерцијални есконт (E_c) увијек је већи од рационалног есконта (E_r).

$$\begin{aligned}\frac{E_c}{E_r} &= \frac{G_n \cdot i \cdot \frac{d}{360}}{G_0 \cdot i \cdot \frac{d}{360}} = \frac{G_n}{G_0} = \frac{G_n}{\frac{G_n}{1+i \cdot \frac{d}{360}}} \\ &= 1 + i \cdot \frac{d}{360} \Rightarrow E_c = E_r \cdot \left(1 + i \cdot \frac{d}{360}\right)\end{aligned}$$

Закључак: Пошто је $\left(1 + i \cdot \frac{d}{360}\right) > 1$, то значи да је $E_c > E_r$.

Такође важи: $G_n = G_0 + E_r$

Задатак: Посједујете мјеницу номиналне вриједности 10.000,00 н.ј. која доспијева за 90 дана (360). Банка нуди **комерцијални** есконт по годишњој стопи од 8%. Колики износ ће вам банка исплатити ако есконтује ову мјеницу?

Примјер 1а — Комерцијални есконт

Задатак: Посједујете мјеницу номиналне вриједности 10.000,00 н.ј. која доспијева за 90 дана (360). Банка нуди **комерцијални** есконт по годишњој стопи од 8%. Колики износ ће вам банка исплатити ако есконтује ову мјеницу?

Рјешење:

$$E_c = G_n \cdot i \cdot \frac{d}{360}$$

$$E_c = 10.000,00 \cdot 0,08 \cdot \frac{90}{360} = 200,00 \text{ н.ј.}$$

$$G_0 = G_n - E_c = 10.000,00 - 200,00 = 9.800,00 \text{ н.ј.}$$

(исплаћен износ — комерцијални есконт)

Задатак: Посједујете мјеницу номиналне вриједности 10.000,00 н.ј. која доспијева за 90 дана (360). Банка нуди **рационални** есконт по годишњој стопи од 8%. Колики износ ће вам банка исплатити ако есконтује ову мјеницу?

Примјер 16 — Рационални есконт

Задатак: Посједујете мјеницу номиналне вриједности 10.000,00 н.ј. која доспијева за 90 дана (360). Банка нуди **рационални** есконт по годишњој стопи од 8%. Колики износ ће вам банка исплатити ако есконтује ову мјеницу?

Рјешење:

$$\begin{aligned}G_0 &= \frac{G_n}{1 + i \cdot \frac{d}{360}} = \frac{10.000,00}{1 + 0,08 \cdot \frac{90}{360}} \\ &= \frac{10.000,00}{1,02} = 9.803,92 \text{ н.ј.}\end{aligned}$$

$$E_r = 9.803,92 \cdot 0,08 \cdot \frac{90}{360} = 196,08 \text{ н.ј.}$$

Провјера: $E_c = E_r \cdot \left(1 + 0,08 \cdot \frac{90}{360}\right) = 196,08 \cdot 1,02 = 200,00$

Задатак: Банка је примила на пословни есконт четири мјенице које гласе на: 1.000,00 (в.р. 15.6.), 2.000,00 (в.р. 5.7.), 10.000,00 (в.р. 15.7.) и 18.000 (в.р. 31.8.) н.ј, респективно. Каматна стопа је 6%, провизија 1‰ и административни трошак 40 н.ј. Колико ће банка одобрити 15. априла?

Примјер 2 — Више мјеница

Задатак: Банка је примила на пословни есконт четири мјенице које гласе на: 1.000,00 (в.р. 15.6.), 2.000,00 (в.р. 5.7.), 10.000,00 (в.р. 15.7.) и 18.000 (в.р. 31.8.) н.ј, респективно. Каматна стопа је 6%, провизија 1‰ и административни трошак 40 н.ј. Колико ће банка одобрити 15. априла?

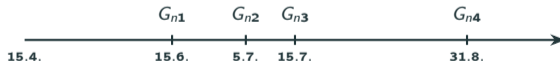
Дато:

- $G_{n1} = 1.000$ (15.6.)
- $G_{n2} = 2.000$ (5.7.)
- $G_{n3} = 10.000$ (15.7.)
- $G_{n4} = 18.000$ (31.8.)
- Референтни дан: 15.4.

Број дана до доспијећа:

- $d_1 = 61$ дан
- $d_2 = 81$ дан
- $d_3 = 91$ дан
- $d_4 = 138$ дана

$$\sum G_{nk} = 31.000 \text{ н.ј.}$$



Корак 1: Израчунавање есконтованих вриједности

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^4 E_{ck} &= 1.000 \cdot 0,06 \cdot \frac{61}{360} + 2.000 \cdot 0,06 \cdot \frac{81}{360} \\ &\quad + 10.000 \cdot 0,06 \cdot \frac{91}{360} + 18.000 \cdot 0,06 \cdot \frac{138}{360} \\ &= 10,17 + 27,00 + 151,67 + 414,00 = 602,84 \text{ н.ј.}\end{aligned}$$

Сума есконтованих вриједности:

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^4 G_{0k} &= \sum_{k=1}^4 G_{nk} - \sum_{k=1}^4 E_{ck} \\ &= 31.000,00 - 602,84 = 30.397,16 \text{ н.ј.}\end{aligned}$$

Корак 2: Провизија и трошкови

$$P_z = \left(\sum_{k=1}^4 G_{nk} - \sum_{k=1}^4 E_{ck} \right) \cdot 0,001$$
$$= (31.000 - 602,84) \cdot 0,001 = 30,40 \text{ н.ј.}$$

Финални обрачун:

Сума есконтованих вриједности	30.397,16 н.ј.
– Провизија (1‰)	–30,40 н.ј.
– Трошак	–40,00 н.ј.
Чиста есконтована вриједност	30.326,77 н.ј.

(одобрен износ)

Емитовање мјеница на основу два или више дуговања

Кључни концепт: Средњи рок плаћања дуговања = Датум емитовања мјенице

Принцип:

- Користи се као референтни датум
- На њега се свде номинални износи сваке емитоване мјенице
- Вриједности мјеница на дан (средњег) рока = $D_1 + D_2 + \dots + D_n$

Процедура:

1. Пронађи средњи рок плаћања дуговања (d_s)
2. То постаје датум емитовања мјенице
3. Све есконтване вриједности дуговања на d_s

Примјер 3 — Задатак

Компанија "ABC" има следеће финансијске ставке:

1. **Дуговање 1:** Износ од ... н.ј. које доспијева 15. априла
2. **Дуговање 2:** Износ од 30.000 н.ј. које доспијева 4. јуна
3. **Мјеница:** Емитована мјеница која доспијева 14. јула

Есконтна стопа је 7%, банкарска провизија је 2‰, док су трошкови обраде 65 н.ј.

Питање: На који износ гласи мјеница, ако је друго дуговање 60% првог и ако се користи рационални есконт?

Дато:

- $D_2 = 0,6 \cdot D_1 \Rightarrow D_1 = \frac{30.000}{0,6} = 50.000$ н.ј.
- $D_1 = 50.000$ н.ј. (15.4.), $D_2 = 30.000$ н.ј. (4.6.)
- M доспијева 14.7.

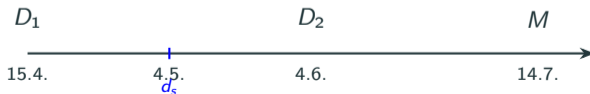
Примјер 3 — Средњи рок плаћања

Корак 1: Тражимо средњи рок плаћања дуговања

Епоха: 15.4.

$$\begin{aligned}d_s &= \frac{d_1 \cdot D_1 + d_2 \cdot D_2}{D_1 + D_2} \\&= \frac{0 \cdot 50.000 + 51 \cdot 30.000}{50.000 + 30.000} \\&= \frac{1.530.000}{80.000} = 19,125 \approx 19 \text{ дана од } 15.4.\end{aligned}$$

Средњи рок: 4. мај (15.4. + 19 дана)



Корак 2: Чисте есконтоване вриједности дуговања на средњи рок (4.5.)

$$\text{чиста } G_0 = D_1 + D_2 = 80.000 \text{ н.ј.}$$

Корак 3: Чиста есконтована вриједност мјенице на 4.5.

Мјеница – E_r – провизија – трошак = чиста G_0 , односно $D_1 + D_2$

Есконт(E_r) : ?

Провизија(2%,) : $0,002 \cdot G_0$

Трошак : 65 н.ј.

Есконтована вриједност:

$$G_0 = 80.000 + 65 + 0,002 \cdot G_0$$

$$G_0 = \frac{80.065}{0,998} = 80.225,45 \text{ н.ј.}$$

Корак 4: Номинална вриједност мјенице

Број дана од средњег рока (4.5.) до доспијећа мјенице (14.7.): $d = 71$ дан

$$G_n = G_0 + E_r$$

$$G_n = G_0 + G_0 \cdot i \cdot \frac{d}{360}$$

$$G_n = 80.225,45 + 80.225,45 \cdot 0,07 \cdot \frac{71}{360}$$

$$G_n = 80.225,45 + 1.107,56$$

$$G_n = 81.333,01 \text{ н.ј.}$$

Одговор: Мјеница гласи на 81.333,01 н.ј.

1. Колико ће банка одобрити предузећу на дан 12.8. за есконтвану мјеницу од 48.000 н.ј. која доспијева 4.11.? Каматна стопа је 8,5%, провизија 1‰ и трошак 5 н.ј.
2. Предузеће је на име доспјелог дуга од ... н.ј. издало серију од 36 мјеница које сукцесивно доспијевају крајем сваког мјесеца у току 36 мјесеци. Номинална вриједност једне мјенице је 1.200 н.ј. У мјенице је укључен комерцијални есконт по стопи од 9%. Колико је износио дуг?
3. Лице посједује мјеницу номиналне вриједности 5.000 н.ј., наплативу кроз 5 мјесеци. Једна банка зарачунава провизију од 1‰ од номиналне вриједности и есконтну стопу од 6%. Друга банка зарачунава провизију 0,8‰ од есконтване вриједности, као и манипулативне трошкове од 10 н.ј, али је есконтна стопа 5%. Коју ће банку изабрати? Користити рационални есконт.
4. Лице есконтује код банке двије мјенице (пословни есконт) које гласе на 4.000 н.ј. и 7.000 н.ј, наплативе кроз 3 мјесеца (прва мјеница) и кроз 5 мјесеци и 7 дана (друга мјеница). Колику је есконтну стопу зарачунала банка уколико је, након узимања провизије од 2‰ од збира номиналних вриједности ових мјеница, исплатила особи износ од 10.200 €?

Серија од 36 мјеница, свака по 1.200 н.ј., доспијева крајем сваког мјесеца

$$G_{n1} = G_{n2} = \dots = G_{n36} = 1.200 \text{ н.ј.}$$
$$n = 36 \text{ (број мјеница)}$$

Есконт сваке мјенице:

$$E_{c1} = 1.200 \cdot 0,09 \cdot \frac{1}{12}$$

$$E_{c2} = 1.200 \cdot 0,09 \cdot \frac{2}{12}$$

⋮

$$E_{c36} = 1.200 \cdot 0,09 \cdot \frac{36}{12}$$

(Доспијевају сукцесивно: 1, 2, ..., 36 мјесеци)

Укупан есконт:

$$\begin{aligned}\sum_{j=1}^{36} E_{cj} &= 1.200 \cdot 0,09 \cdot \frac{1}{12} (1 + 2 + 3 + \dots + 36) \\ &= 9 \cdot \frac{36}{2} (1 + 36) \quad (\text{аритметички низ}) \\ &= 9 \cdot 18 \cdot 37 = 5.994 \text{ н.ј.}\end{aligned}$$

Дуговања:

$$\begin{aligned}\sum_{j=1}^{36} D_j &= \sum_{j=1}^{36} G_n - \sum_{j=1}^{36} E_{cj} \\ D &= 36 \cdot 1.200 - 5.994 = 43.200 - 5.994 \\ D &= 37.206 \text{ н.ј.}\end{aligned}$$

(Укупан дуг који је требало подмирити)

Хвала на пажњи!

Питања?