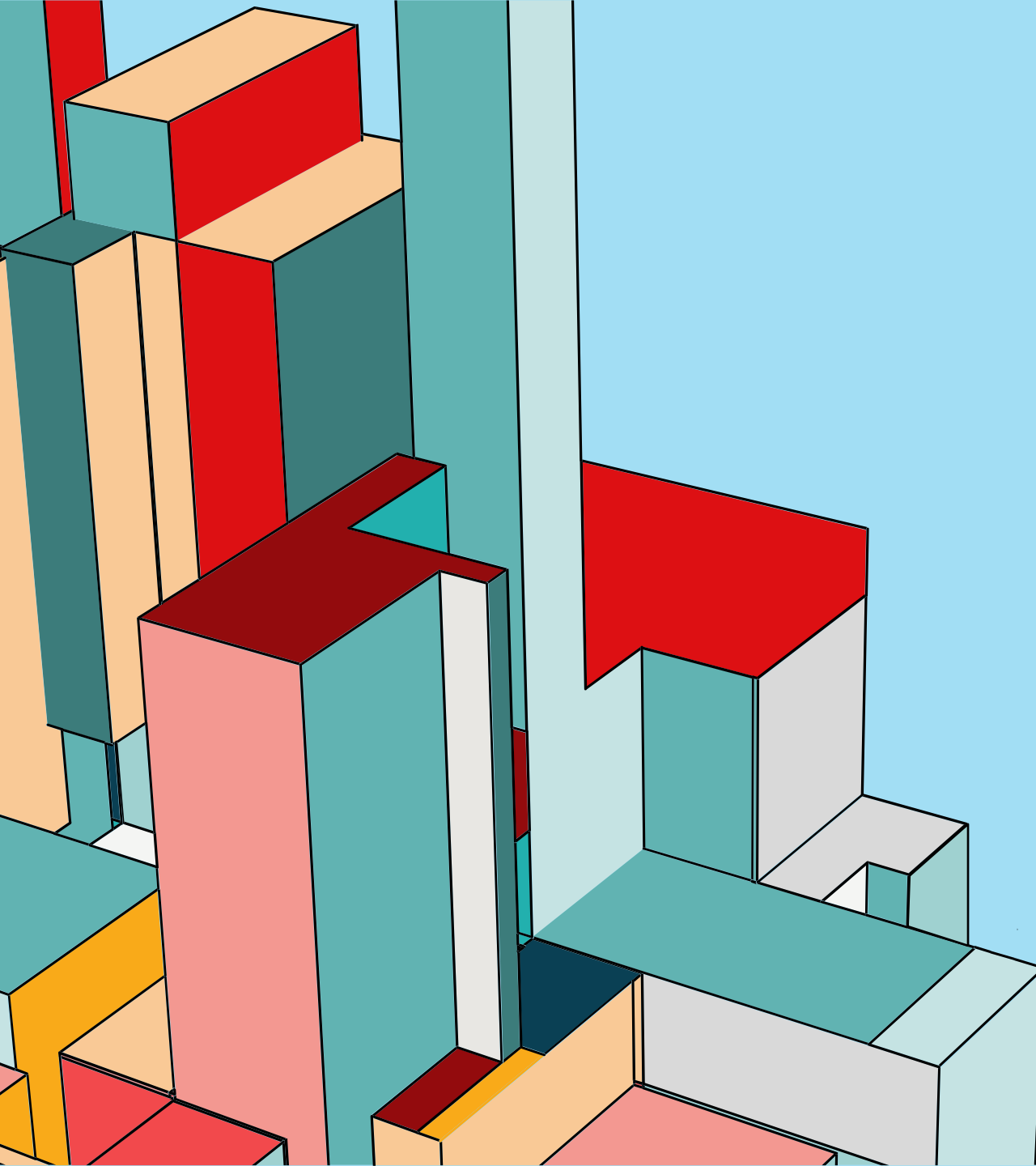




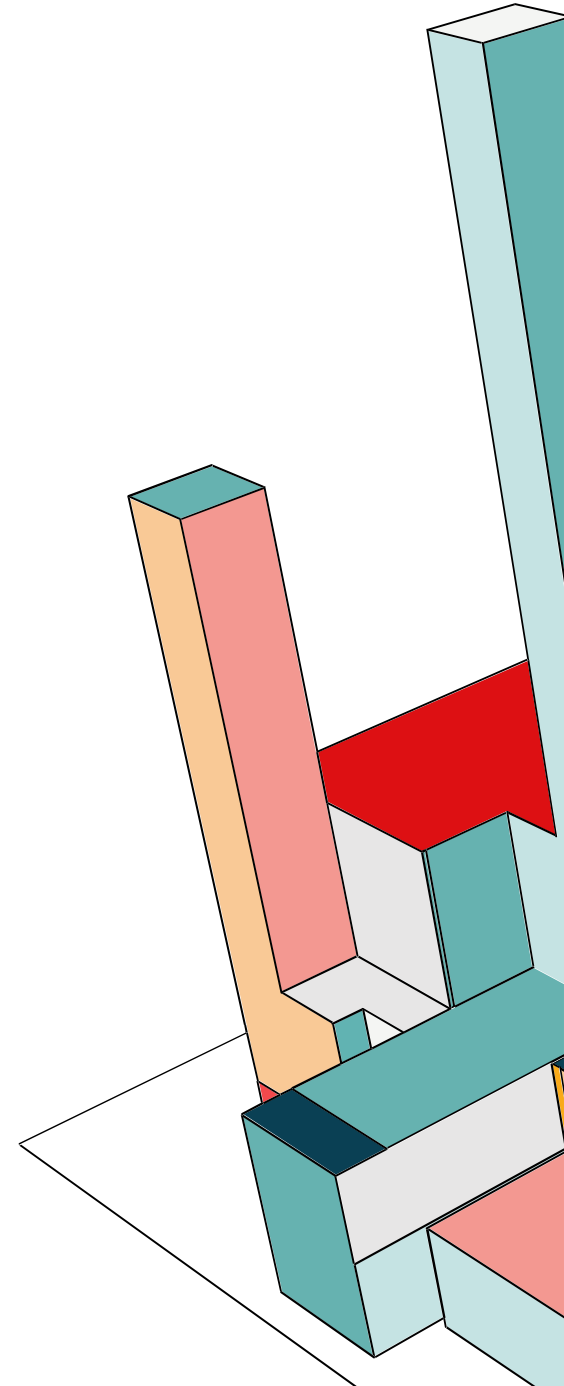
Finansijska matematika, vježbe (akademska
2024/2025)

POTROŠAČKI KREDITI

Andrej Ševa, asistent (andrej.seva@ef.unibl.org)
Kabinet 401
Konsultacije srijedom od 15.00 do 17.00

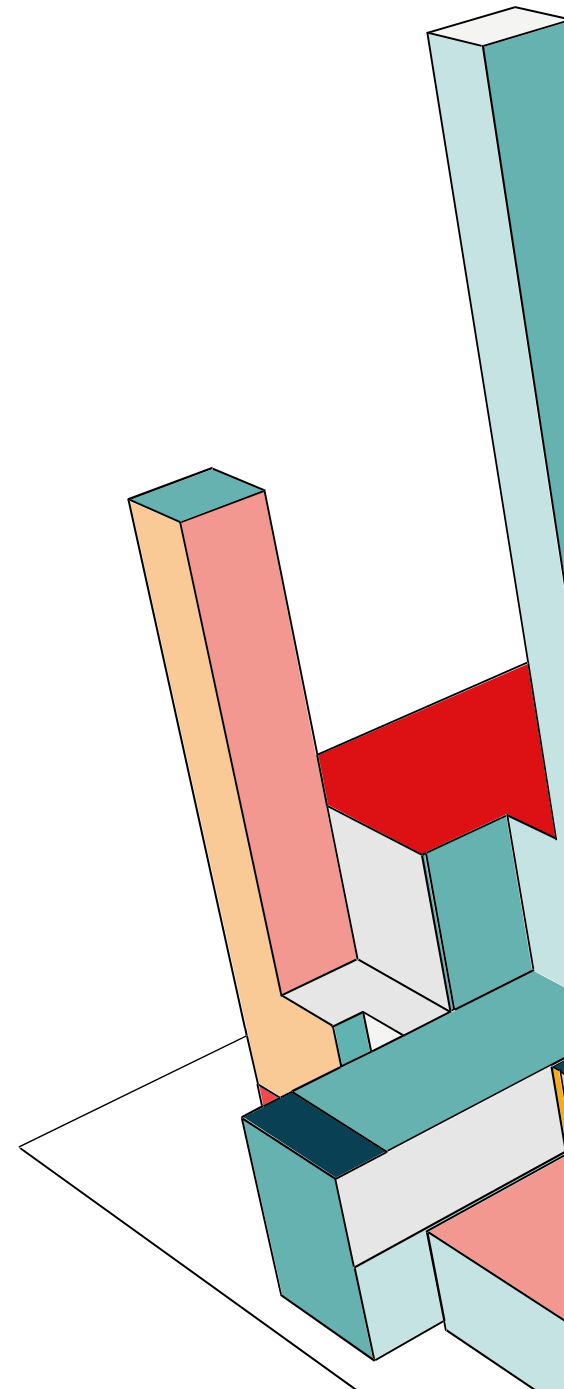
GOOGLE CLASSROOM KOD

qdrr2kz



POTROŠAČKI KREDITI

- Pojam: (uglavnom) kratkoročna forma zajma, primijenjuje se prost kamatni račun, koristi se prost kamatni račun
 - Ugovorni odnos između dužnika i povjerioca kojim se dužnik obavezuje da će povjeriocu, za odobreni namjenski kredit, plaćati iznose u jednakim vremenskim intervalima, koji se sastoje od otplate (**b**) i obračunate kamate (**I**)
- Modeli otplate potrošačkog kredita u fiksnim prvobitno ugovorenim uslovima
- Modeli otplate potrošačkog kredita u promijenjenim prvobitno ugovorenim uslovima



POTROŠAČKI KREDITI

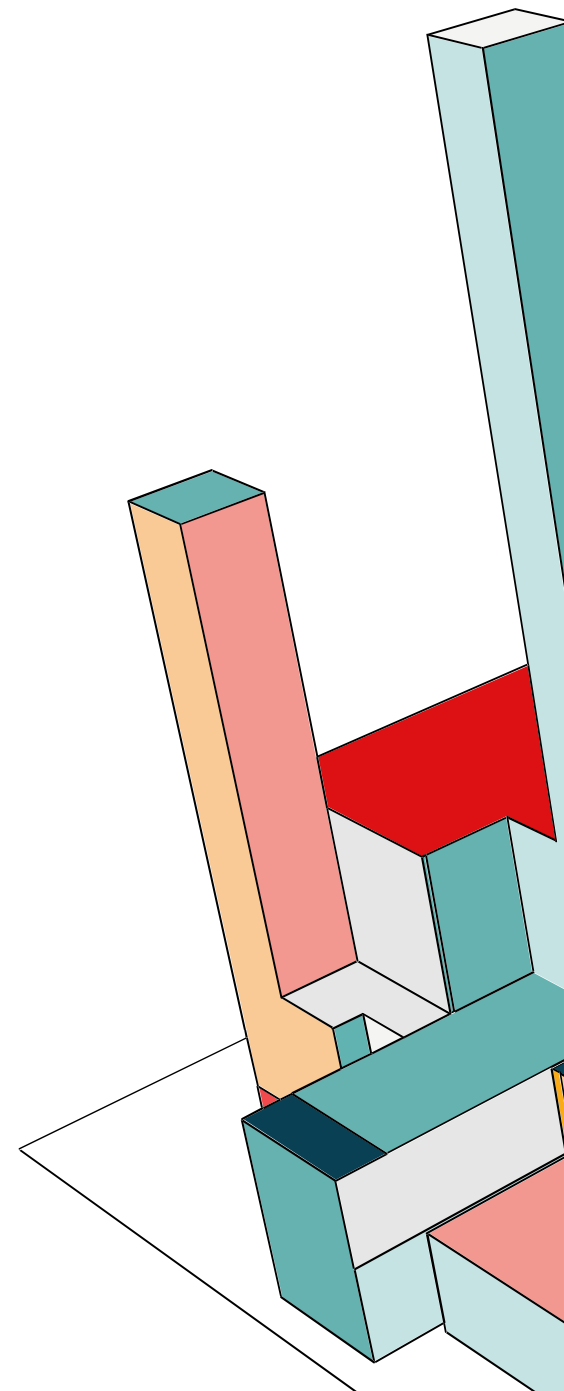
- Bitni pomjovi:
 - Mjesečna rata (**a**) – iznos koji dužnik vraća svaki mjesec
 - Mjesečna otplata (**b**) – dio otplate glavnice sadržan u rati
 - Mjesečna kamata (**I**) – dio kamate sadržan u rati
 - Iznos kredita (**K**)
 - Broj mjeseci otplate (**m**)

$$a = b + I$$

$$b = \frac{K}{m}$$

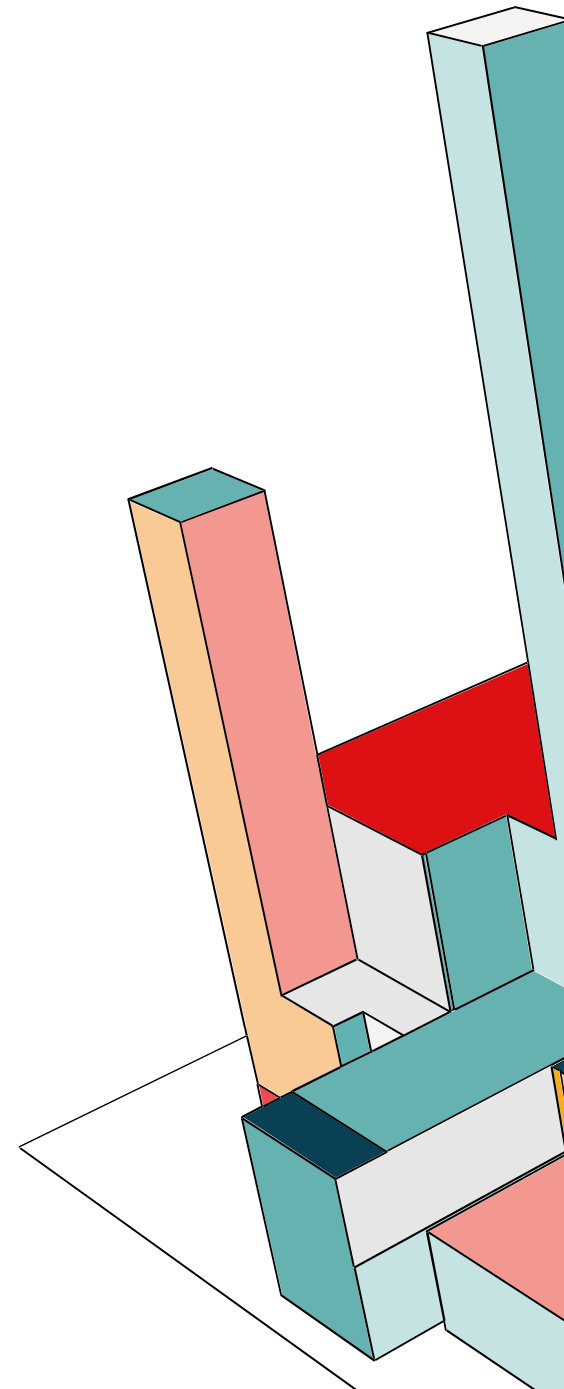
$$\sum I = \frac{K \cdot i \cdot (m + 1)}{24}$$

$$a = b + \frac{\sum I}{m} = \frac{K + \sum I}{m}$$



MODELI OTPLATE POTROŠAČKOG KREDITA U FIKSNIM PRVOBITNO UGOVORENIM USLOVIMA

- Dekurzivne (češće korištene) i anticipativne (rijetko korištene) otplate
 - Jednake dekurzivne/anticipativne otplate
 - Varijabilne dekurzivne/anticipativne otplate



MODELI OTPLATE POTROŠAČKOG KREDITA U FIKSNIM PRVOBITNO UGOVORENIM USLOVIMA

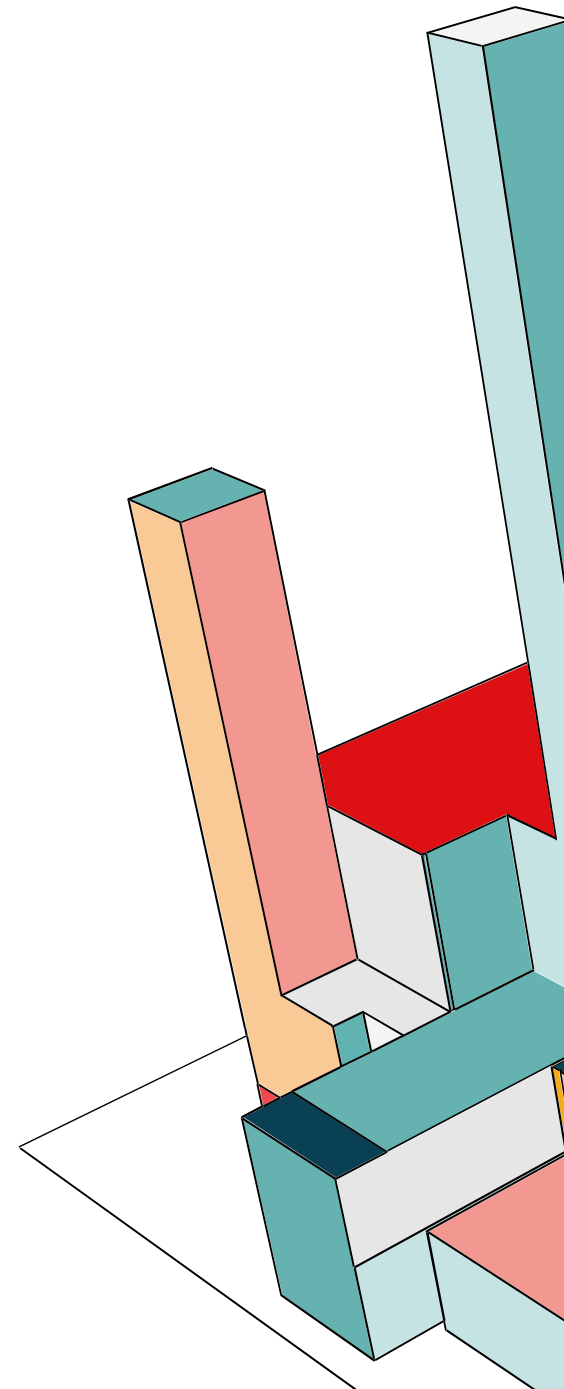
- Jednake dekurzivne otplate

$$a = b + I$$

$$b = \frac{K}{m}$$

$$\sum I = \frac{K \cdot i \cdot (m + 1)}{24}$$

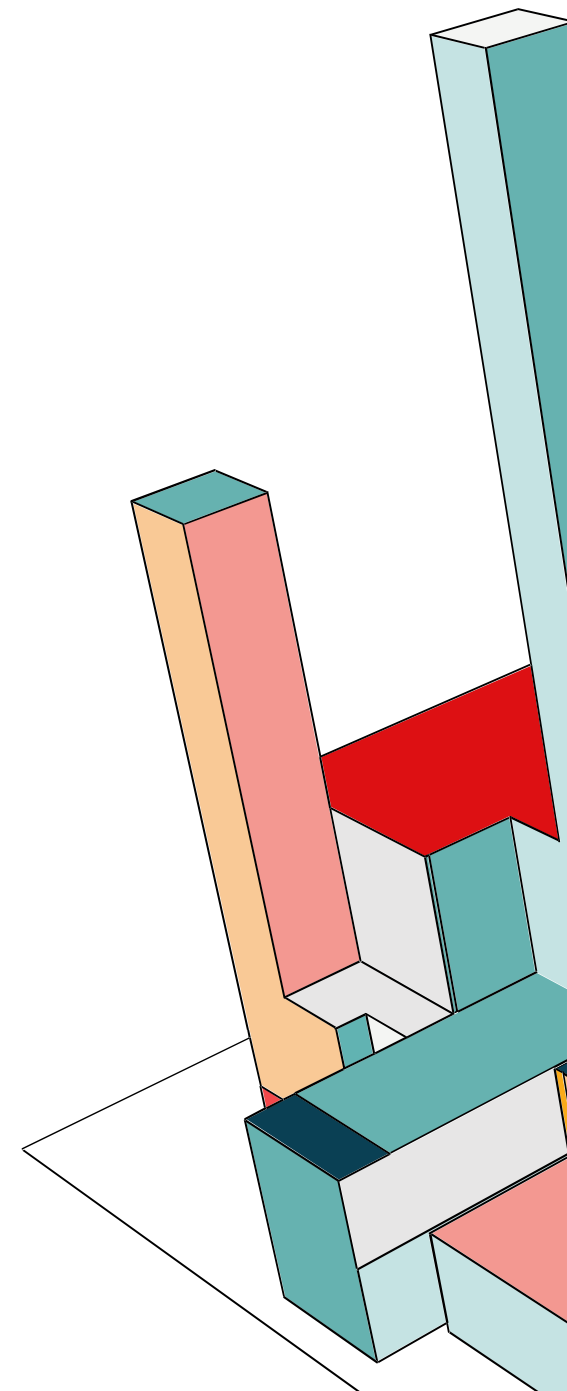
$$a = b + \frac{\sum I}{m} = \frac{K + \sum I}{m}$$



MODELI OTPLATE POTROŠAČKOG KREDITA U FIKSNIM PRVOBITNO UGOVORENIM USLOVIMA

- **Primjer:** Potrošački zajam od 6.000 KM je odobren na 12 mjeseci uz kamatnu stopu od 10%. Izraditi amortizacioni plan na bazi planirane kamate. ($b_1 = b_2 = \dots = b_{12}$)

Period	Ostatak duga	Jednake otplate		
		Kamata	Otplata	Rata
0	6000.00			
1	5500.00	50.00	500.00	550.00
2	5000.00	45.83	500.00	545.83
3	4500.00	41.67	500.00	541.67
4	4000.00	37.50	500.00	537.50
5	3500.00	33.33	500.00	533.33
6	3000.00	29.17	500.00	529.17
7	2500.00	25.00	500.00	525.00
8	2000.00	20.83	500.00	520.83
9	1500.00	16.67	500.00	516.67
10	1000.00	12.50	500.00	512.50
11	500.00	8.33	500.00	508.33
12	0.00	4.17	500.00	504.17
Σ		325.00	6000.00	6325.00

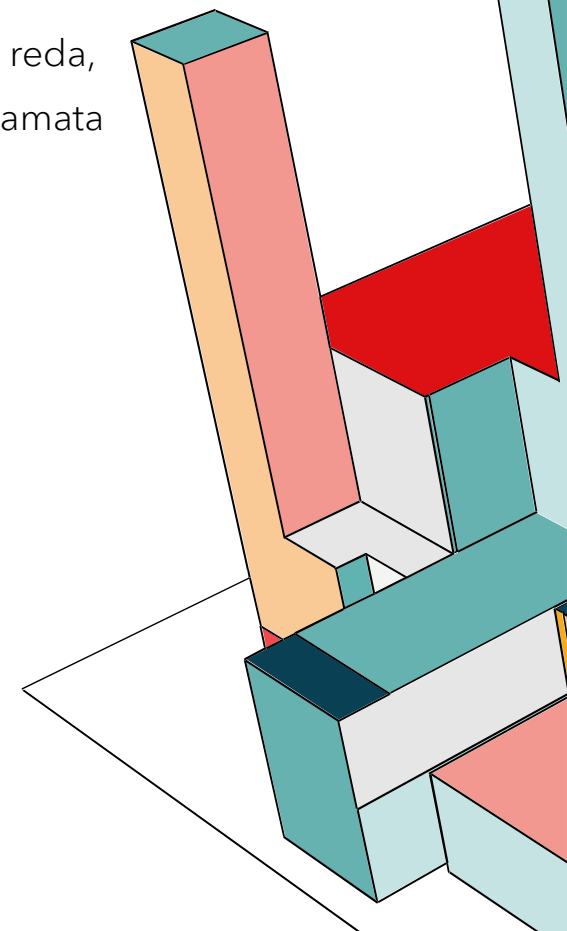


MODELI OTPLATE POTROŠAČKOG KREDITA U FIKSNIM PRVOBITNO UGOVORENIM USLOVIMA

Kreće se sa nominalnim iznosom duga (kredita) u nultom periodu. Na kraju prvog mjeseca (1) dug se umanjuje za konstantnu otplatu ($b=500$). Na ostatak duga iz prethodnog reda obračunava se mjesečna kamata ($0,1 * 1/12$) i zapisuje se u naredni red. Takva kamata se dodaje konstantnoj otplati od 500 i daje iznos rate na kraju mjeseca.

Za drugi mjesec važi isto. Uzima se konstantna otplata od 500 i oduzima se od ostatka duga iz prethodnog reda, da bi se dobio ostatak duga u redu koji posmatramo. Na taj ostatak duga (5000) zaračunava se mjesečna kamata (45,83) i dodaje se konstantnoj otplati, te sa njom čini ratu na kraju drugog mjeseca (545,83)

Period	Ostatak duga	Jednake otplate		
		Kamata	Otplata	Rata
0	6000.00			
1	5500.00	50.00	500.00	550.00
2	5000.00	45.83	500.00	545.83
3	4500.00	41.67	500.00	541.67
4	4000.00	37.50	500.00	537.50
5	3500.00	33.33	500.00	533.33
6	3000.00	29.17	500.00	529.17
7	2500.00	25.00	500.00	525.00
8	2000.00	20.83	500.00	520.83
9	1500.00	16.67	500.00	516.67
10	1000.00	12.50	500.00	512.50
11	500.00	8.33	500.00	508.33
12	0.00	4.17	500.00	504.17
Σ		325.00	6000.00	6325.00



MODELI OTPLATE POTROŠAČKOG KREDITA U FIKSNIM PRVOBITNO UGOVORENIM USLOVIMA

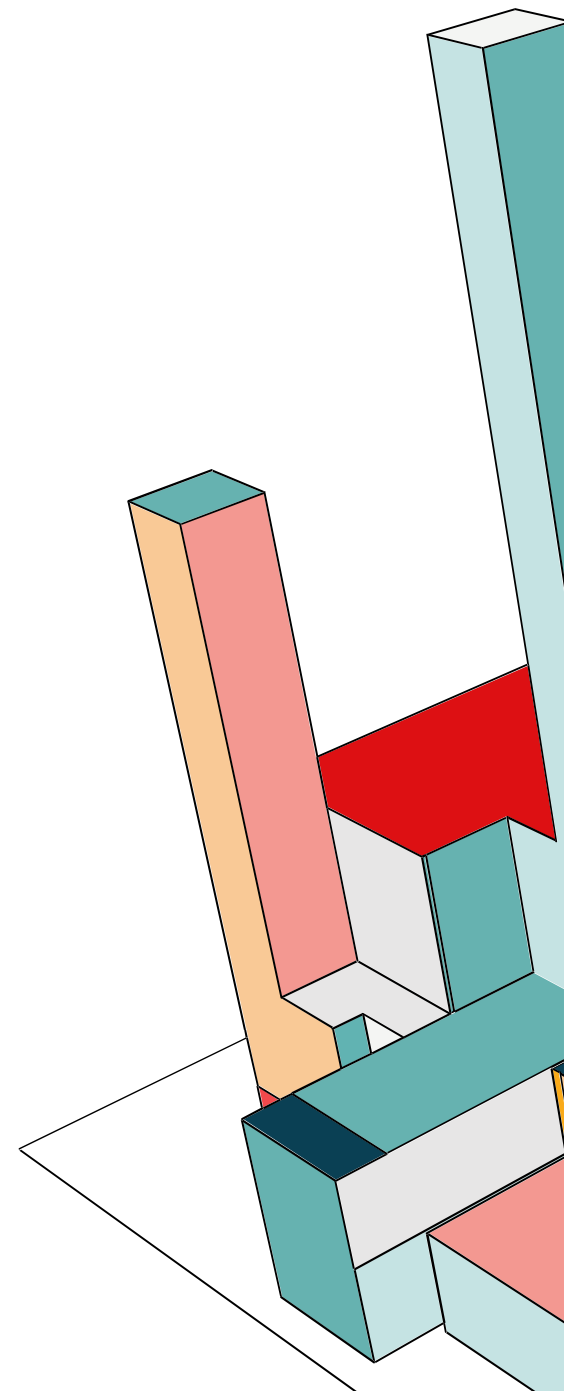
- **Primjer:** Odobren je potrošački kredit za robu u vrijednosti od 30.000 KM. Kredit se otplaćuje u roku od 18 mjeseci jednakim mjesečnim dekurzivnim ratama, uz kamatnu stopu od 12%. Izračunati iznos mjesečne rate.

$$b = \frac{K}{m}$$
$$b = \frac{30.000}{18} = 1.666,67$$

$$\sum I = \frac{K \cdot i \cdot (m + 1)}{24}$$

$$\sum I = \frac{30.000 \cdot 0,12 \cdot (18 + 1)}{24} = 2.850$$

$$a = b + I = 1.666,67 + \frac{2.850}{18} = 1.825$$



MODELI OTPLATE POTROŠAČKOG KREDITA U FIKSNIM PRVOBITNO UGOVORENIM USLOVIMA

- **Primjer:** Potrošački kredit u iznosu od 13.714,28 n.j. odobren je na m mjeseci uz kamatnu stopu od 10%. Kamata za prvih 7 mjeseci otplaćivanja kredita iznosi 700 n.j. Na koliko mjeseci je odobren kredit?

$$K = 13.714,28$$

$$p = 0,01$$

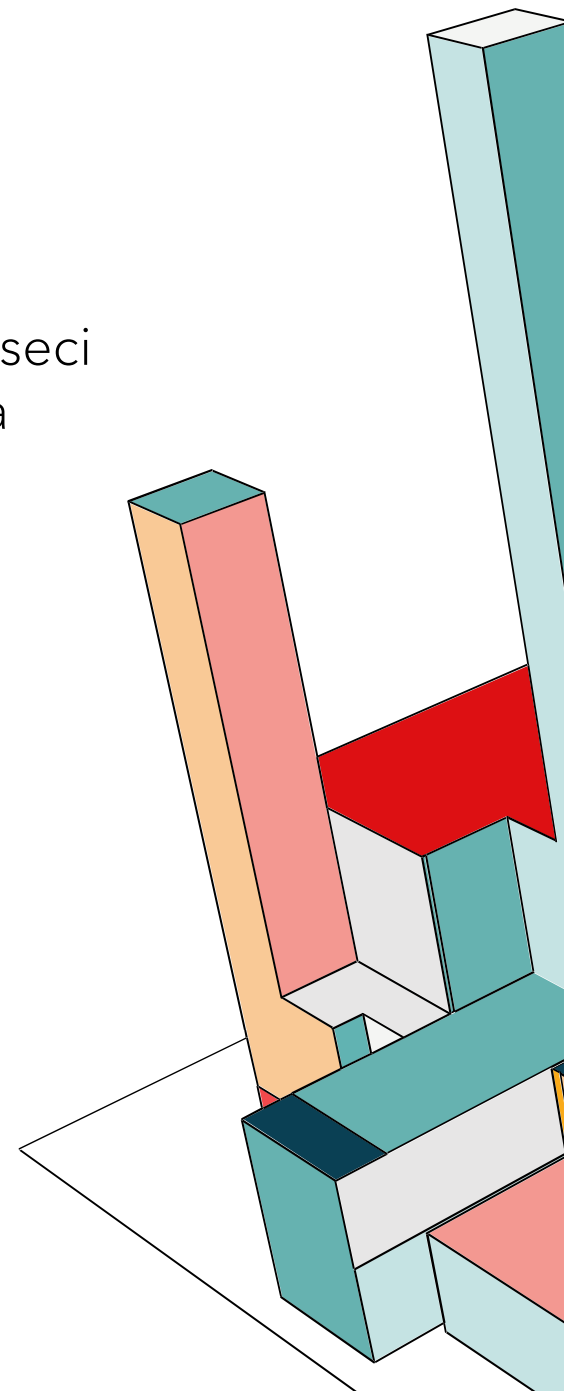
$$\sum_{s=1}^7 I_s = 700$$

$$\sum_{s=1}^7 I_s = b \cdot i \cdot \frac{m}{12} + b \cdot i \cdot \frac{m-1}{12} + b \cdot i \cdot \frac{m-2}{12} + \dots + b \cdot i \cdot \frac{m-6}{12}$$

sjetimo se da je $b = \frac{K}{m}$, uvodimo smjenu

$$\sum_{s=1}^7 I_s = \frac{K}{m} \cdot i \cdot \frac{m}{12} + \frac{K}{m} \cdot i \cdot \frac{m-1}{12} + \frac{K}{m} \cdot i \cdot \frac{m-2}{12} + \dots + \frac{K}{m} \cdot i \cdot \frac{m-6}{12}$$

$$\sum_{s=1}^7 I_s = \frac{K}{m} \cdot i \cdot \frac{1}{12} \cdot (7(m-3)) \quad 700 = \frac{13.714,28}{m} \cdot 0,1 \cdot \frac{1}{12} (7m-21) \Rightarrow m=24$$



MODELI OTPLATE POTROŠAČKOG KREDITA U FIKSNIM PRVOBITNO UGOVORENIM USLOVIMA

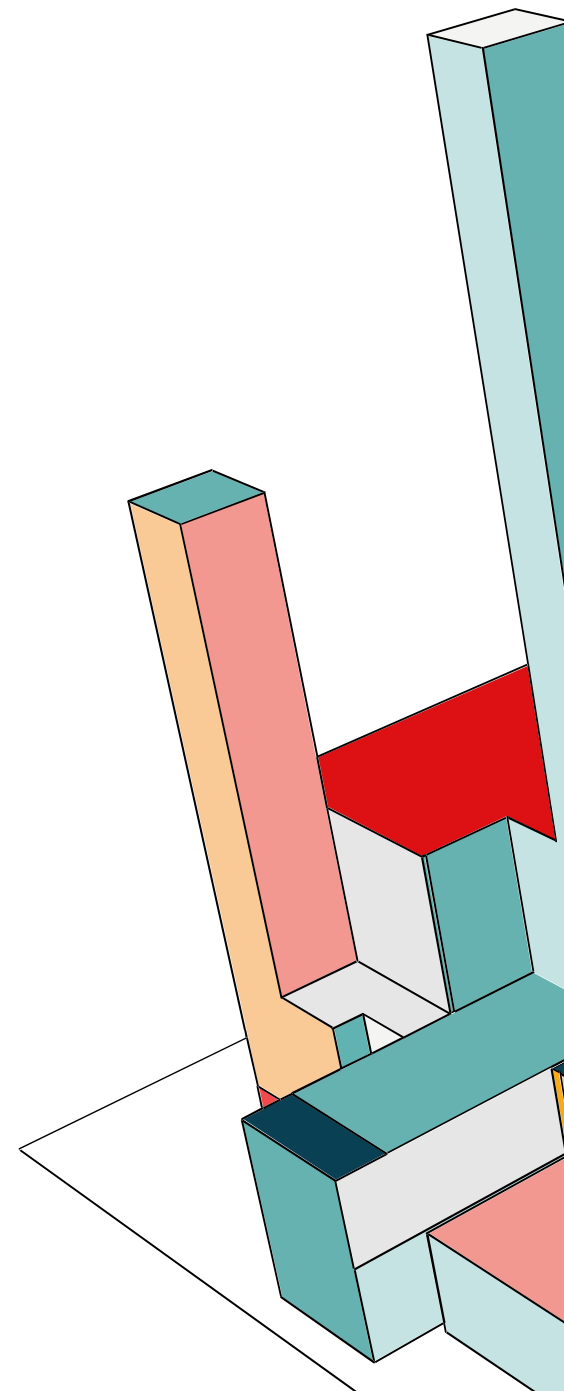
- Jednake anticipativne otplate - razlikuje se od dekruzivne u načinu obračuna ukupne planirane kamate za cjelokupan period trajanja kredita.

$$\sum I = \frac{K \cdot i \cdot (m - 1)}{24}$$

$$a = b + I$$

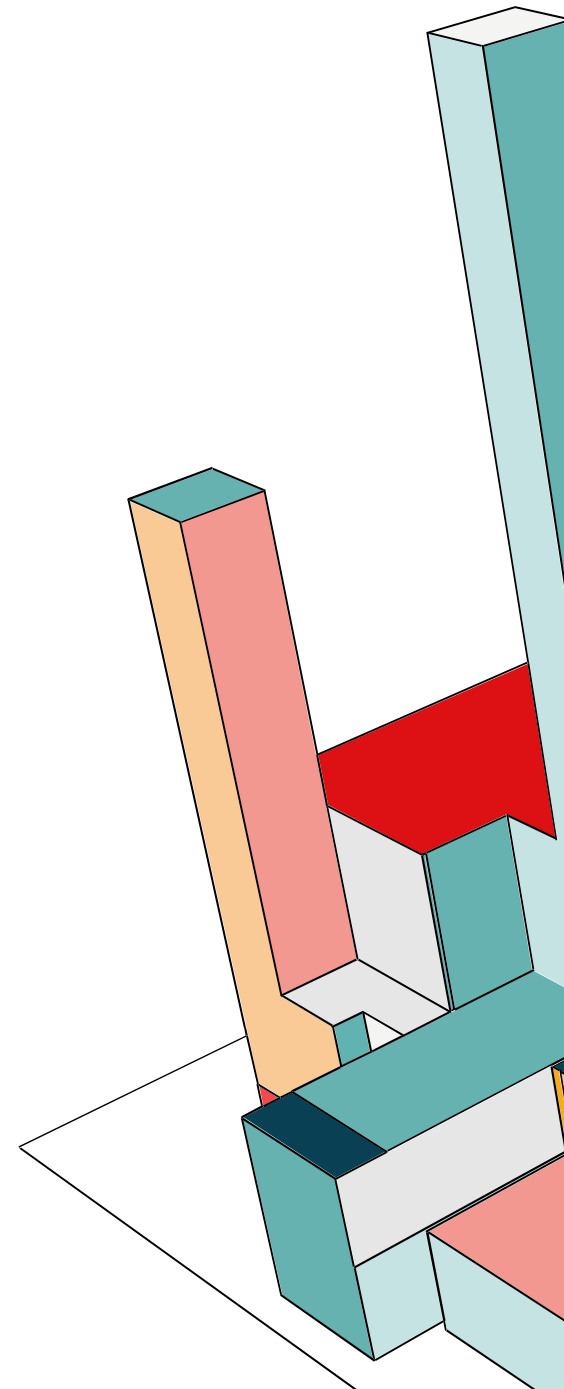
$$b = \frac{K}{m}$$

$$a = b + \frac{\sum I}{m} = \frac{K + \sum I}{m}$$



MODELI OTPLATE POTROŠAČKOG KREDITA U FIKSNIM PRVOBITNO UGOVORENIM USLOVIMA

- **Primjer:** Odobren je potrošački kredit za robu u vrijednosti 15.000 n.j.
Kredit se otplaćuje u toku 12 mjeseci jednakim:
 - a) mjesečnim anticipativnim ratama;
 - b) dvomjesečnim anticipativnim ratama;
 - c) mjesečnim dekurzivnim ratama;
 - d) dvomjesečnim dekurzivnim ratama.



MODELI OTPLATE POTROŠAČKOG KREDITA U FIKSNIM PRVOBITNO UGOVORENIM USLOVIMA

- Rješenje a):

$$K = 15.000$$

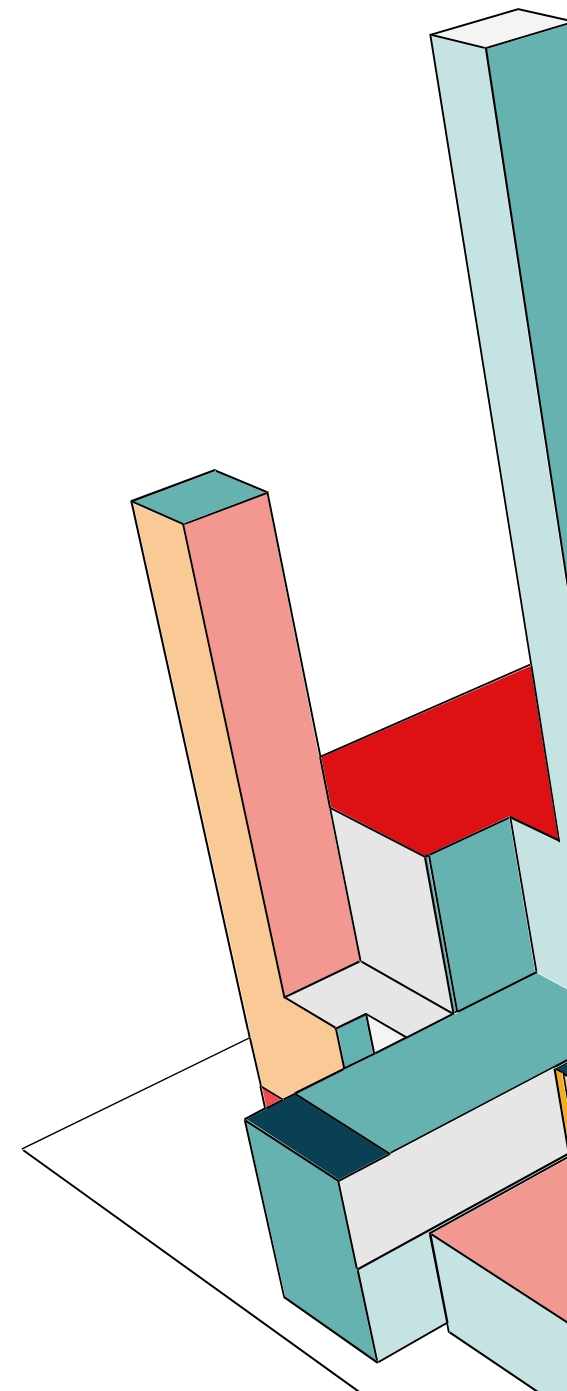
$$m = 12$$

$$p = 0,06$$

$$b = \frac{K}{m} = \frac{15.000}{12} = 1.250$$

$$\sum_{s=1}^{12} I_s = \frac{K \cdot i \cdot (m - 1)}{24} = \frac{15.000 \cdot 0,06 \cdot (12 - 1)}{24} = 412,50$$

$$a = 1.250 + \frac{412,50}{12} = 1.284,38$$



MODELI OTPLATE POTROŠAČKOG KREDITA U FIKSNIM PRVOBITNO UGOVORENIM USLOVIMA

- Rješenje b):

$$K = 15.000$$

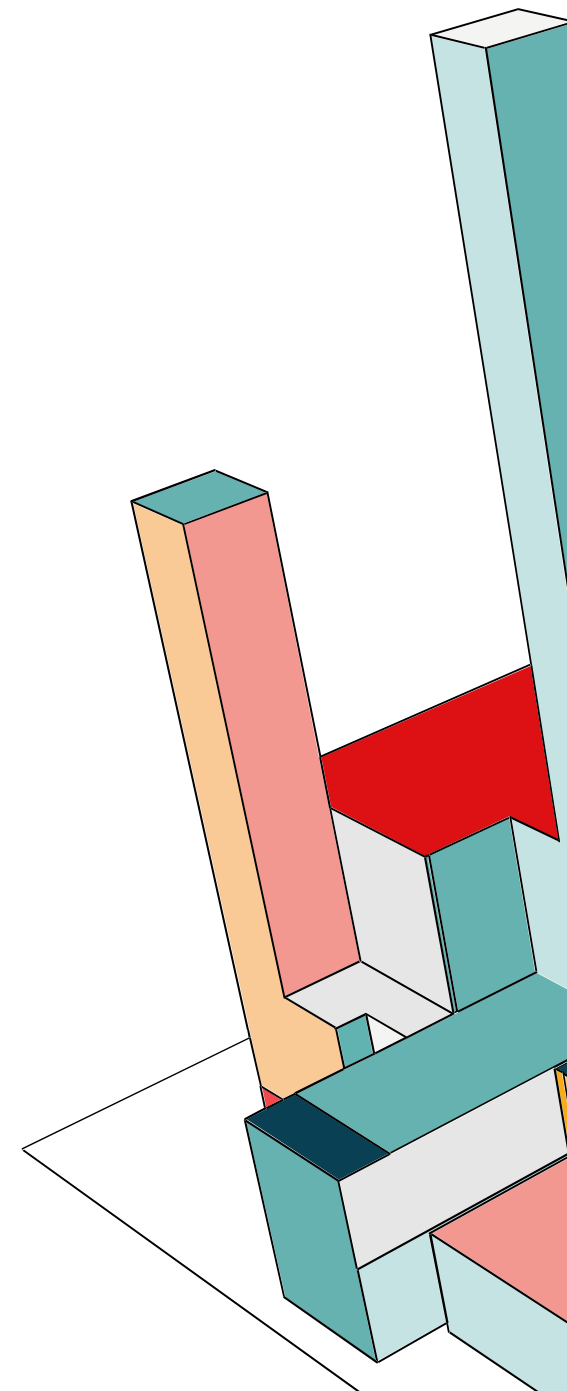
$$m = 12$$

$$p = 0,06$$

$$b = \frac{K}{m} = \frac{15.000}{6} = 2.500$$

$$\sum_{s=1}^6 I_s = \frac{K \cdot i \cdot (m - 1)}{12} = \frac{15.000 \cdot 0,06 \cdot (6 - 1)}{12} = 375$$

$$a = 2.500 + \frac{375}{6} = 2.562,50$$



MODELI OTPLATE POTROŠAČKOG KREDITA U FIKSNIM PRVOBITNO UGOVORENIM USLOVIMA – VARIJABILNE OTPLATE

Opšti slučaj ukupne
kamate (sume svih kamata)
kod varijabilnih otplata

$$\sum_{s=1}^N I_s = \sum_{s=1}^k b_s \cdot i \cdot \frac{(m_s + 1) \cdot m_s}{24} + \left(\sum_{s=1}^k i \cdot \frac{m_s \cdot m_{s+1} \cdot b_{s+1}}{12} + \dots + \sum_{s=1}^k i \cdot \frac{m_s \cdot m_{s+k-1} \cdot b_{s+k-1}}{12} \right)$$

$$a_1 = b_1 + \frac{\sum_{s=1}^N I_s}{N}$$

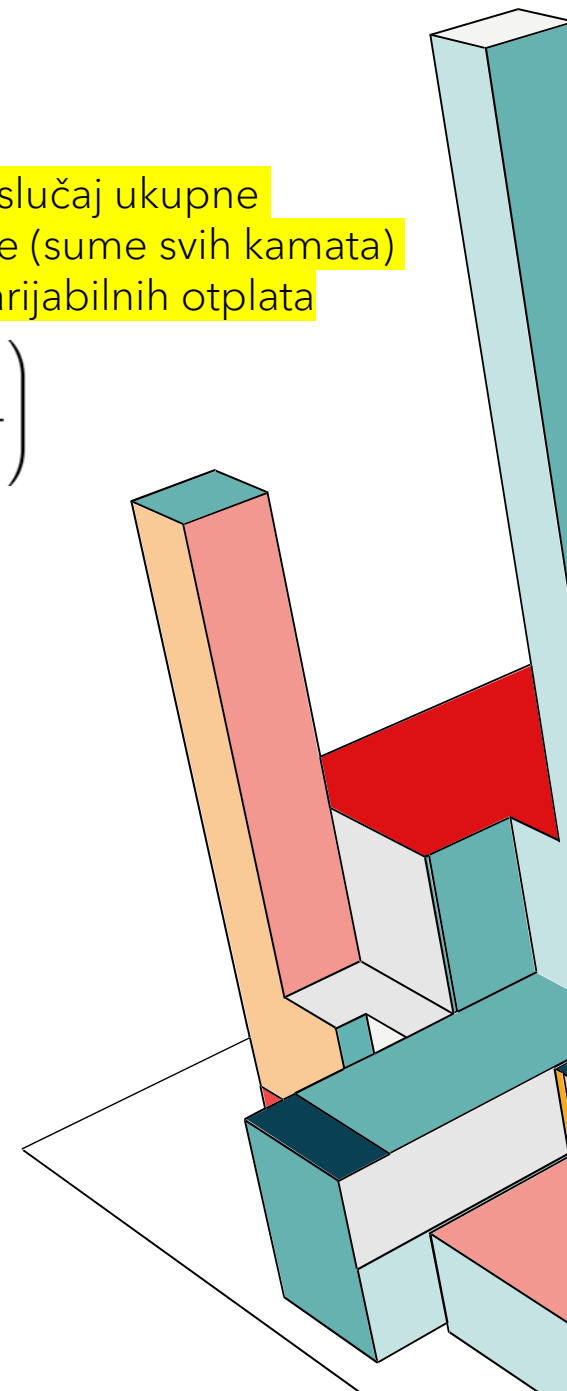
$$a_2 = b_2 + \frac{\sum_{s=1}^N I_s}{N}$$

...

$$a_k = b_k + \frac{\sum_{s=1}^N I_s}{N}$$



Računanje rata kod
varijabilnih otplata



MODELI OTPLATE POTROŠAČKOG KREDITA U FIKSNIM PRVOBITNO UGOVORENIM USLOVIMA

- **Primjer:** Potrošački kredit od 20.000,00 n.j. odobren je na 15 mjeseci. Kredit se otplaćuje mjesečnim ratama uz kamatnu stopu od 6%. Otplate u toku prvih 9 mjeseci manje su od otplata u toku posljednjih 6 mjeseci za 500 n.j. Izračunati vrijednosti mjesečnih rata u obje otplatne serije.

$$K = m_1 \cdot b_1 + m_2 \cdot b_2$$

$$K = 20.000$$

$$20.000 = 9 \cdot b_1 + 6 \cdot (b_1 + 500) \Rightarrow b_1 = 1133,33, b_2 = 1133,33 + 500 = 1633,33$$

$$m_1 = 9$$

$$\sum_{s=1}^{15} I_s = b_1 \cdot i \cdot \frac{(m_1 + 1) \cdot m_1}{24} + b_2 \cdot i \cdot \frac{(m_2 + 1) \cdot m_2}{24} + i \cdot \frac{m_1 \cdot m_2 \cdot b_2}{12} = 867,50$$

$$m_2 = 6$$

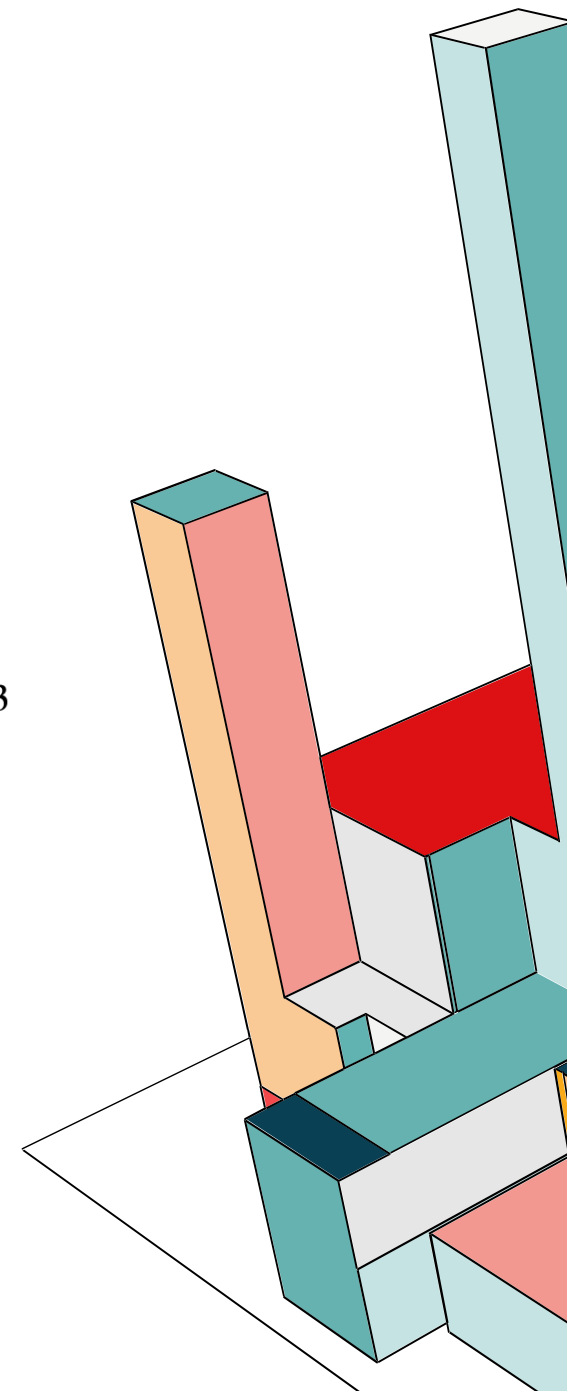
$$k = 2$$

$$a_1 = b_1 + \frac{\sum I_s}{m_1 + m_2} = 1133,33 + \frac{867,50}{15} = 1.191,176$$

$$p = 0,06$$

$$b_2 = b_1 + 500$$

$$a_2 = b_2 + \frac{\sum I_s}{m_1 + m_2} = 1633,33 + \frac{867,50}{15} = 1.691,176$$



MODELI OTPLATE POTROŠAČKOG KREDITA U PROMIJENJENIM PRVOBITNO UGOVORENIM USLOVIMA

- Najčešći slučaj – likvidacija duga prije isteka roka
- Dvije metode – prospektivna i retrospektivna

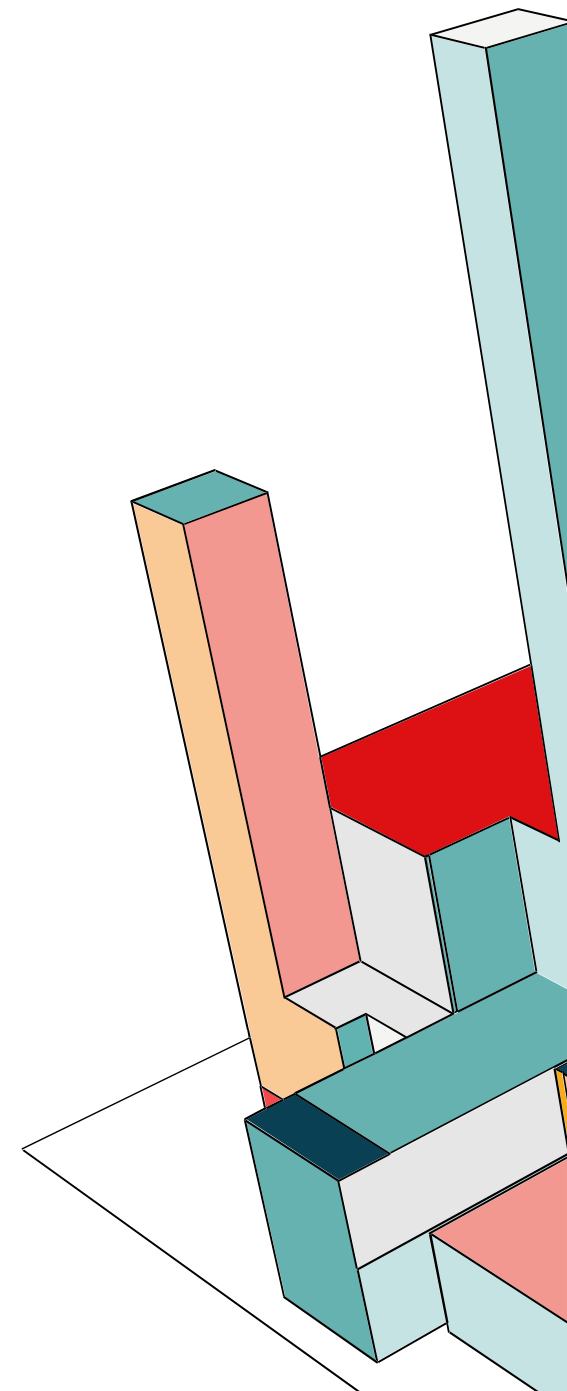
Prospektivna metoda

Ukupno zaduženje $m \cdot a$

– plaćene rate $(n - 1) \cdot a$

– kamata za bonifikaciju $\sum_{s=6}^7 I_s$

= Iznos koji se plaća u trenutku likvidacije



MODELI OTPLATE POTROŠAČKOG KREDITA U PROMIJENJENIM PRVOBITNO UGOVORENIM USLOVIMA

- Najčešći slučaj – likvidacija duga prije isteka roka
- Dvije metode – prospektivna i retrospektivna

Retrospektivna metoda

Ostatak duga

+ kamata za n – ti mjesec

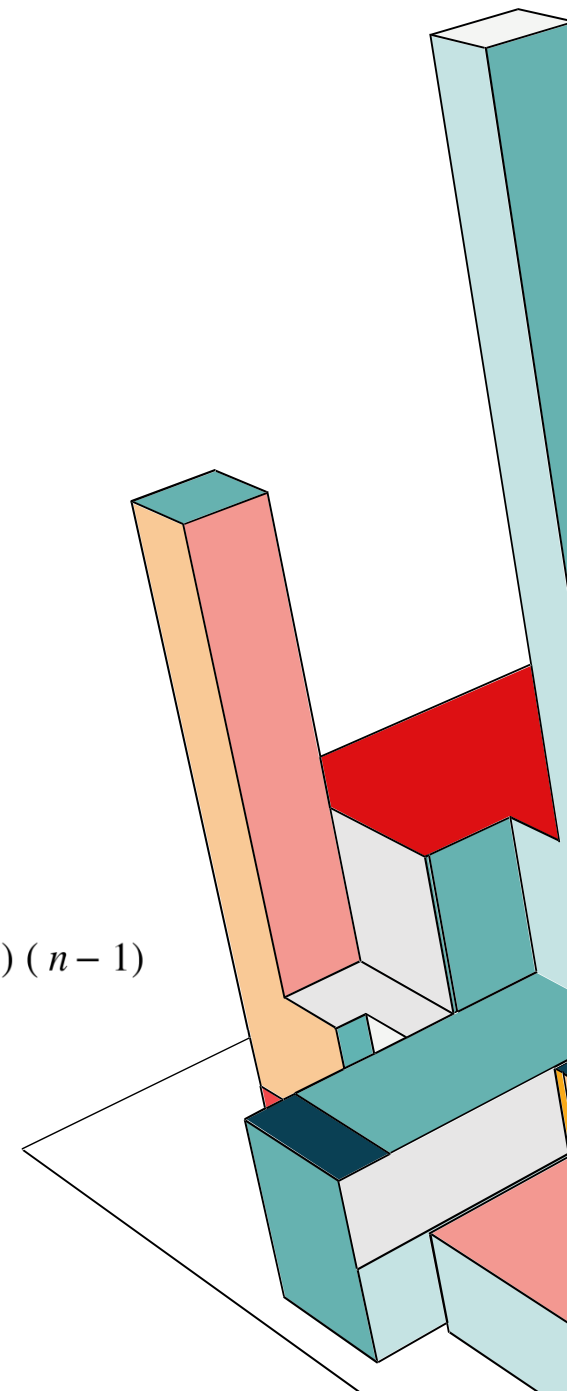
+ razlika između planirane i plaćene kamate za prvih $n - 1$ mjeseci

= Iznos koji se plaća u trenutku likvidacije

$$= (m - n + 1) \cdot b$$

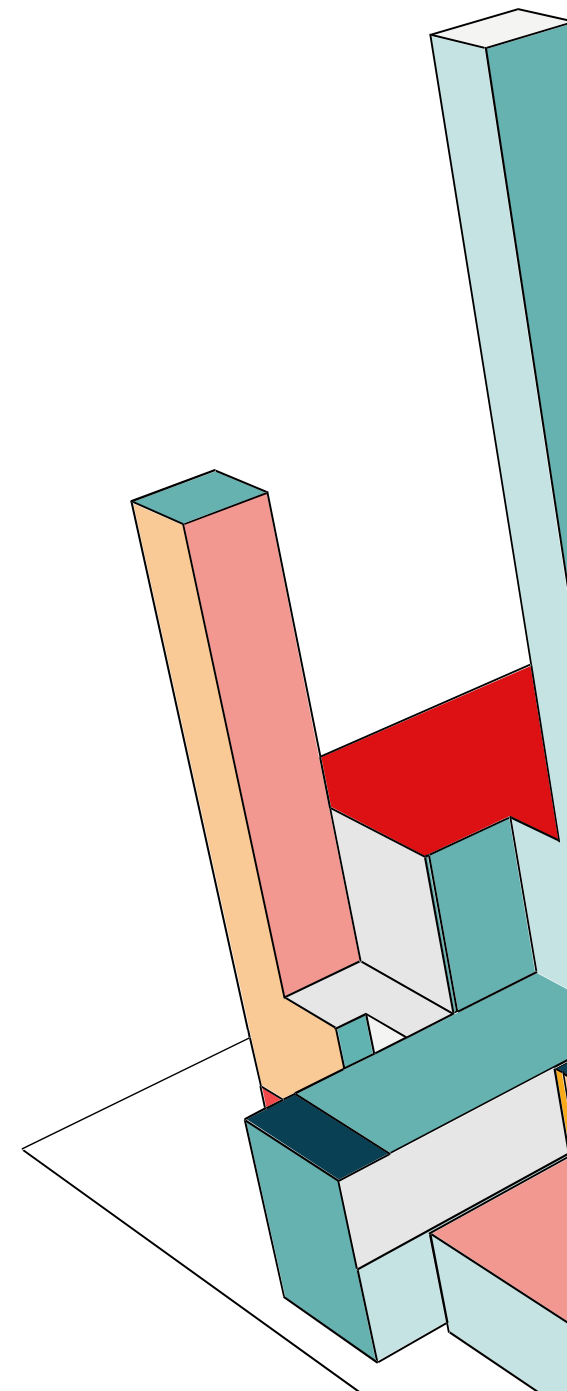
$$I_n = b \cdot i \cdot \frac{(m - n + 1)}{12}$$

$$\frac{b \cdot i \cdot (2m - n + 2) (n - 1)}{24} - (a - b) (n - 1)$$



MODELI OTPLATE POTROŠAČKOG KREDITA U PROMIJENJENIM PRVOBITNO UGOVORENIM USLOVIMA

- **Primjer:** Odobren je potrošački kredit u iznosu od 16.000 KM, uz učešće u gotovu od 30% i kamatnu stopu od 8%. Kredit se otplaćuje u 8 jednakih dekurzivnih rata. Dužnik na dan dospijeca šeste rate želi da u potpunosti zatvori kredit. Koliko dužnik treba da plati povjeriocu tog dana? Izraditi obračun primjenom a) retrospektivne i b) prospektivne metode.



MODELI OTPLATE POTROŠAČKOG KREDITA U PROMIJENJENIM PRVOBITNO UGOVORENIM USLOVIMA

- Primjer:

- a) Prospektivna metoda

$$K = 0,7 \cdot 16.000 = 11.200$$

$$m = 8$$

$$i = 0,08$$

$$n = 6$$

$$b = \frac{11.200}{8} = 1.400$$

$$\sum I_s = \frac{1.200 \cdot 0,08 \cdot (8 + 1)}{24} = 336$$

$$a = 1.400 + \frac{336}{8} = 1.442$$

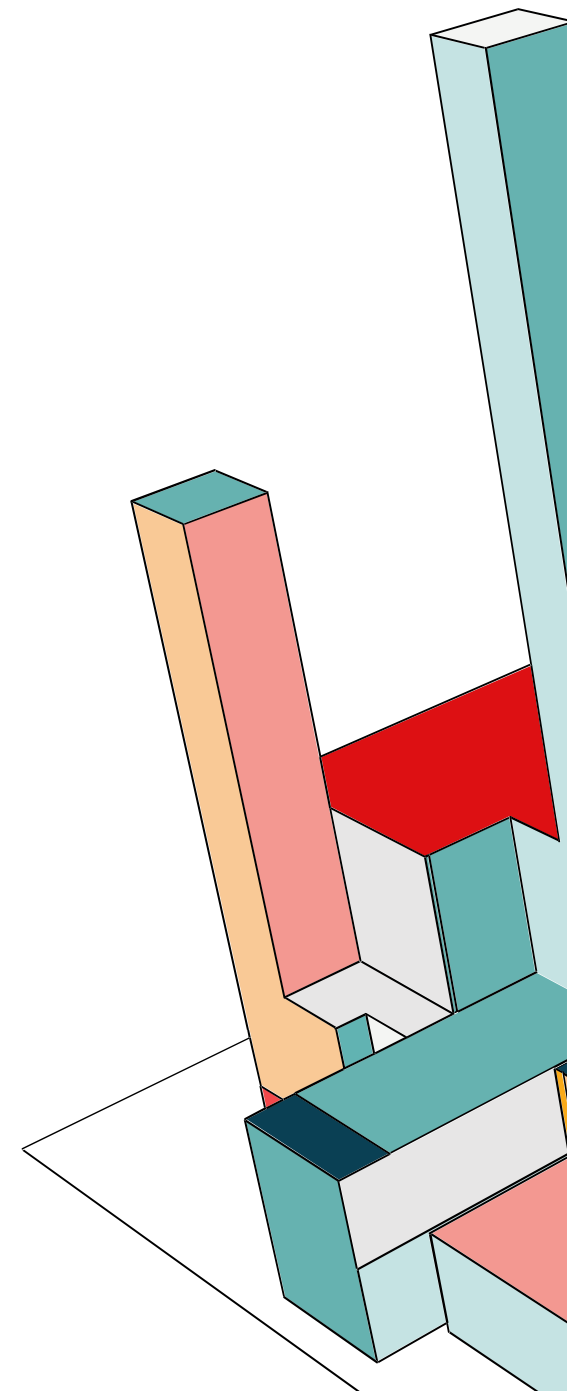
Prospektivna metoda

Ukupno zaduženje $m \cdot a$

– plaćene rate $(n - 1) \cdot a$

– kamata za bonifikaciju $\sum_{s=6}^7 I_s$

= Iznos koji se plaća u trenutku likvidacije



MODELI OTPLATE POTROŠAČKOG KREDITA U PROMIJENJENIM PRVOBITNO UGOVORENIM USLOVIMA

- Primjer:

- a) Prospektivna metoda

Prospektivna metoda

Ukupno zaduženje

$$m \cdot a$$



$$8 \cdot 1.442 = 11.536$$

– plaćene rate

$$(n - 1) \cdot a$$



$$(6 - 1) \cdot 1.442 = 7.210$$

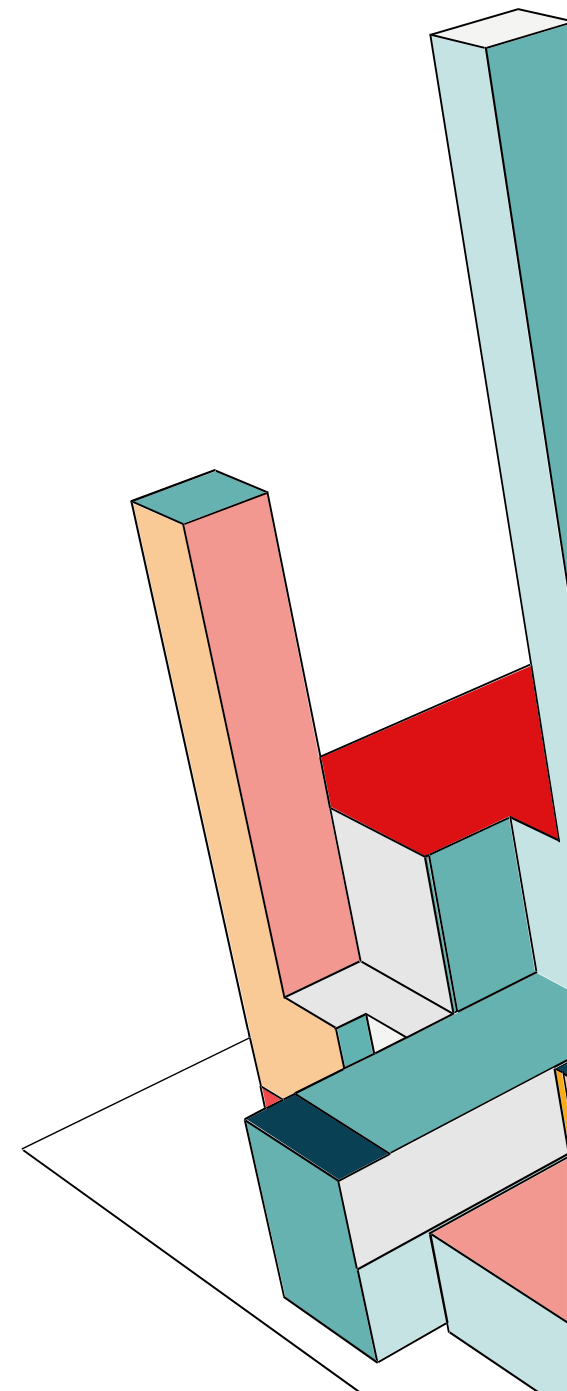
– kamata za bonifikaciju

$$\sum_{s=6}^7 I_s$$



$$\sum_{s=6}^7 I_s = \frac{b \cdot i \cdot (m - n + 1) \cdot (m - n)}{24} = 28$$

$$= \text{Iznos koji se plaća u trenutku likvidacije} = 11.536 - 7.210 - 28 = 4.298$$



MODELI OTPLATE POTROŠAČKOG KREDITA U PROMIJENJENIM PRVOBITNO UGOVORENIM USLOVIMA

- Primjer:

- a) Retrospektivna metoda

$$\frac{b \cdot i \cdot (2m - n + 2)(n - 1)}{24} - (a - b)(n - 1)$$

Retrospektivna metoda

Ostatak duga

$$= (m - n + 1) \cdot b$$

$$\longrightarrow (8 - 6 + 1) \cdot 1.400 = 4.200$$

+ kamata za n - ti mjesec

$$I_n = b \cdot i \cdot \frac{(m - n + 1)}{12}$$

$$\longrightarrow 1.400 \cdot 0,08 \cdot \frac{8 - 6 + 1}{12} = 28$$

+ razlika između planirane i plaćene kamate za prvih n - 1 mjeseci

$$\longrightarrow \frac{1.400 \cdot 0,08 \cdot (2 \cdot 8 - 6 + 2)(6 - 1)}{24} - (1.442 - 1.400)(6 - 1) = 70$$

= Iznos koji se plaća u trenutku likvidacije

$$\longrightarrow 4.200 + 28 + 70 = 4.298$$

