

Процентни рачун

Примјери пропорције • Обрачун камате и каматне стопе

Андреј Шева, асистент

2025/2026 • Финансијска математика — Вјежбе 1

`andrej.seva@ef.unibl.org`

Консултације: уторком и четвртком 10–12h (кабинет 401) уз претходну најаву

Код за приступ учионици: `qfiaiwgc`

Приступ путем линка

- Први колоквијум – 7. 4. 2026.
 - 11.00
 - Амфитеатар
- Други колоквијум – 3. 6. 2026.
 - 11.00
 - Амфитеатар

1. Процентни рачун; појам камате; рачун подјеле
2. Прости каматни рачун; Функција акумулације; поступак обрачуна просте камате, средњи рок плаћања
3. Мјенице, рационални и комерцијални есконт; мјенични реесконт
4. Потрошачки (краткорочни) кредити – обрачун
5. Ломбардни рачун, рачун племенитих метала, рачун злата и сребра, девизни курс
6. Сложени каматни рачун – основе (прве и друге финансијске таблице)

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ

7. Рачун сукцесивних улагања – Улози (треће финансијске таблице)
8. Рачун сукцесивних исплата – Ренте (четврте финансијске таблице)
9. Амортизација зајма
10. Конверзија зајма
11. Модели вредновања обвезница
12. Различити модели дугорочног финансирања и кредитирања

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ

Основе процентног рачуна и пропорције

- Појам пропорције: однос између 2+n величина
- Два облика: директна и обрнута; проста и сложена
- Општи облик пропорције:

$$a_1 : b_1 = a_2 : b_2 = \dots = a_n : b_n$$

$$\implies \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n} = k$$

$$\implies \prod_{i=1}^n \frac{a_i}{b_i} = \prod_{i=1}^n k = k^n$$

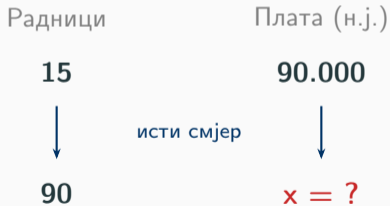
$$\implies \frac{\prod_{i=1}^n a_i}{\prod_{i=1}^n b_i} = k^n$$

$$\implies \frac{a_1 a_2 \dots a_n}{b_1 b_2 \dots b_n} = \left(\frac{a_1}{b_1} \right)^n. \quad (1)$$

Задатак: 15 радника у једном сектору неког предузећа заради мјесечну бруто плату од 90.000 н.ј. укупно. Колики износ обавеза бруто плата ће предузеће морати да уплаћује на годишњем нивоу, ако предузеће има 90 радника?

Директна пропорција

Задатак: 15 радника у једном сектору неког предузећа заради мјесечну бруто плату од 90.000 н.ј. укупно. Колики износ обавеза бруто плата ће предузеће морати да уплаћује на годишњем нивоу, ако предузеће има 90 радника?



Дато:

- 15 радника → 90.000 н.ј.
- 90 радника → ?

Рјешење:

$$x : 90.000 = 90 : 15$$
$$x = \frac{90 \cdot 90.000}{15} = 540.000 \text{ н.ј.}$$

Годишњи износ: $12x = 540.000 \cdot 12 = \mathbf{6.480.000}$ н.ј.

Задатак: У предузећу ради 90 радника, укупна мјесечна бруто плата износи 540.000 н.ј. Предузеће планира да смањи буџет на 537.000 н.ј. Колико радника може задржати?

Директна пропорција (2)

Задатак: У предузећу ради 90 радника, укупна мјесечна бруто плата износи 540.000 н.ј. Предузеће планира да смањи буџет на 537.000 н.ј. Колико радника може задржати?

Дато:

- 90 радника → 540.000 н.ј.
- ? радника → 537.000 н.ј.

Рјешење:

$$x : 90 = 537.000 : 540.000$$
$$x = \frac{90 \cdot 537.000}{540.000} = 89,5$$

Закључак: Предузеће мора отпустити једног радника након 6 мјесеци.

Задатак: Сектор за пројектовање броји 15 запослених. 15 запослених заврши 1 пројекат за 14 дана. Конкуренција заврши 3 пројекта за 30 дана. Колико додатних радника је потребно?

Обрнута пропорција

Задатак: Сектор за пројектовање броји 15 запослених. 15 запослених заврши 1 пројекат за 14 дана. Конкуренција заврши 3 пројекта за 30 дана. Колико додатних радника је потребно?

Радници

15

расте ↑

x + 15

Дани

14

опада ↓

10

Обрнута пропорција: стрелице иду у супротном смјеру, вриједности се укрштају.

Обрнута пропорција — рјешење

Дато:

- 15 запослених \rightarrow 14 дана
- $(x + 15) \rightarrow (30 : 3)$ дана

Рјешење:

$$(x + 15) : 15 = 14 : 10$$

$$x + 15 = \frac{15 \cdot 14}{10} = 21$$

$$x = 6$$

Закључак: Потребно је запослити **6 нових радника**.

Провјера: $21 \times 10 = 210$ рад.-дана $= 15 \times 14 = 210$ рад.-дана ✓

Сложена пропорција

Задатак: 30 радника радећи 20 дана по 10 сати ископа канал $250 \times 0,4 \times 3$ м. Колико радника за канал $210 \times 0,25 \times 2$ м, ако раде 15 дана по 7 сати?

Радн.	Дани	Сати	Дуж.	Дуб.	Шир.
30	20	10	250	0,4	3
$x=?$	↓ обр.	↓ обр.	↑ дир.	↑ дир.	↑ дир.
x	15	7	210	0,25	2

Обрнута (дани, сати): мање дана/сати → треба *више* радника → однос се окреће

Директна (димензије): мањи канал → треба *мање* радника → однос остаје исти

Сложена пропорција — рјешење

Дато:

- 30 радника, 20 дана / 10 сати
- 250 м × 0,4 м × 3 м

Рјешење:

$$x : 30 = \underbrace{20 : 15 = 10 : 7}_{\text{обрнуте}} = \underbrace{210 : 250 = 0,25 : 0,4 = 2 : 3}_{\text{директне}}$$

$$x : 30 = \frac{20 \cdot 10 \cdot 210 \cdot 0,25 \cdot 2}{15 \cdot 7 \cdot 250 \cdot 0,4 \cdot 3} = \frac{21000}{31500}$$

$$x = 30 \cdot \frac{21000}{31500} = \mathbf{20}$$

Закључак: Требало би радити **20 радника**.

Основна пропорција:

$$G : P = 100 : p \quad (\text{процентни рачун})$$

$$G : P = 1000 : p \quad (\text{промилни рачун})$$

Гдје је:

- G — Главница (номинална вриједност)
- p — Процентна (промилна) стопа (без %)
- P — Процентни (промилни) принос

Примјер: Колика је номинална вриједност зајма ако је банка код уплате зајма зарачунала провизију и пратеће трошкове (сумарно 2‰) у износу од 9.000 н.ј?

$$G : P = 1000 : p$$

$$G : 9.000 = 1.000 : 2$$

$$2G = 9.000.000$$

$$G = 4.500.000 \text{ н.ј.}$$

Примјер 1. Предузеће је продало робу А са зарадом од 8%, а робу Б са зарадом од 6%. Укупна зарада за робу А и робу Б износи 5.800 н.ј. Зарада на робу Б износи 45% зараде на робу А. Израчунати колико је примљено за робу А, а колико за робу Б.

Примјер 2. Цијена неког производа са ПДВ-ом је једнака x . Колика је цијена тог производа без ПДВ-а, ако је стопа ПДВ-а једнака $a\%$? Колика је одбитна (прерачуната) стопа ПДВ-а?

Примјер 3. Промет неког предузећа у првом кварталу је 27%, у другом 23%, а у трећем $6/25$ годишњег промета. Колики је промет у сваком кварталу, ако је промет у трећем и четвртом 129.000 н.ј?

Процентни рачун — Примјер 1, рјешење

Задатак: Роба А продата са зарадом 8%, роба Б са 6%. Укупна зарада 5.800 н.ј. Зарада на Б износи 45% зараде на А. Колико је примљено за А и Б?

1. корак: Израчунавамо зараде (P_A и P_B):

$$P_B = 0,45 \cdot P_A$$

$$P_A + P_B = 5.800 \implies P_A + 0,45 \cdot P_A = 5.800$$

$$1,45 \cdot P_A = 5.800 \implies P_A = \mathbf{4.000 \text{ н.ј.}}$$

$$P_B = 0,45 \cdot 4.000 = \mathbf{1.800 \text{ н.ј.}}$$

2. корак: Израчунавамо примљене износе (G_A и G_B):

$$G_A : 4.000 = 100 : 8 \implies G_A = \frac{4.000 \cdot 100}{8} = \mathbf{50.000 \text{ н.ј.}}$$

$$G_B : 1.800 = 100 : 6 \implies G_B = \frac{1.800 \cdot 100}{6} = \mathbf{30.000 \text{ н.ј.}}$$

Процентни рачун — Примјер 2, рјешење

Задатак: Цијена производа са ПДВ-ом је x . Стопа ПДВ-а је $a\%$. Колика је цијена без ПДВ-а? Колика је одбитна (прерачуната) стопа ПДВ-а?

1. корак: Цијена без ПДВ-а (G):

$$G + G \cdot \frac{a}{100} = x \quad \implies \quad G \left(1 + \frac{a}{100} \right) = x$$
$$G = \frac{x}{1 + \frac{a}{100}} = \frac{100x}{100 + a}$$

2. корак: Износ ПДВ-а (P):

$$P = x - G = x - \frac{100x}{100 + a} = \frac{ax}{100 + a}$$

3. корак: Одбитна (прерачуната) стопа ПДВ-а (a'):

$$a' = \frac{P}{x} \cdot 100 = \frac{a}{100 + a} \cdot 100 = \frac{100a}{100 + a}$$

Нпр. ако је $a = 17\%$: $a' = \frac{100 \cdot 17}{117} \approx 14,53\%$

Основни елементи:

- Коефицијент пропорције (k)
- Износ подјеле (N)

Задатак: Три ученика треба да подјеле 14.000 н.ј. за куцање текстова. Договорено је да то буде обрнуто сразмјерно броју словних грешака. Како ће подјела бити извршена ако је први направио 300, други 600, а трећи 1200 грешака у куцању?

Рачун подјеле — Примјер 1

Задатак: Три ученика треба да подијеле 14.000 н.ј. обрнуто сразмјерно броју грешака: 300, 600, 1200.

Пропорција: $x_1 : x_2 : x_3 = \frac{1}{300} : \frac{1}{600} : \frac{1}{1200}$

Увођење коефицијента k : $x_1 = \frac{k}{300}$, $x_2 = \frac{k}{600}$, $x_3 = \frac{k}{1200}$

$$\frac{k}{300} + \frac{k}{600} + \frac{k}{1200} = 14.000 \implies \frac{4k + 2k + k}{1200} = 14.000$$
$$k = 2.400.000$$

Рјешења: $x_1 = \mathbf{8.000}$, $x_2 = \mathbf{4.000}$, $x_3 = \mathbf{2.000}$ н.ј.

Задатак: Износ од 728.000 н.ј. Треба подијелити на 3 лица тако да свако сљедеће добија 20% више од претходног. Колико новчаних јединица добија свако лице?

Рачун подјеле — Примјер 2

Задатак: 728.000 н.ј. подијелити на 3 лица тако да свако сљедеће добија 20% више.

Пропорција: $x_1 : x_2 : x_3 = 1 : 1,2 : 1,44$

Напомена: $(1 + \frac{p}{100})$

Рјешење:

$$x_1 = k$$

$$x_2 = 1,2k$$

$$x_3 = 1,44k$$

$$k + 1,2k + 1,44k = 728.000 \implies 3,64k = 728.000 \implies k = 200.000$$

Подијељено: $x_1 = 200.000$, $x_2 = 240.000$, $x_3 = 288.000$ н.ј.

Рачун подјеле — Примјер 2, визуализација



Четири ученика су награђени наградом од 3.600 н.ј. Колико је добио сваки од њих ако се награде дијеле у сразмјери 1,5 : 2 : 2,5 : 3?

- Специфичан случај правила тројног (рачуна подјеле)
- Изражавање мјерних јединица, девизни курс, паритет валута, итд.

Примјер 1. Ако 5 црвених куглица има масу као 6 љубичастих, 10 плавих као 12 зелених, 3 наранџасте као 15 бијелих, 5 плавих као 3 црвене, те 7 љубичастих као 7 наранџастих, колико бијелих има масу као једна зелена?

Одговор: 3 бијеле имају масу као једна зелена куглица.

Примјер 2. Колико енглеских тона (et) робе може купити предузеће из Енглеске у САД-у за 5.000 фунти? ($1 \text{ at} = 907,20 \text{ kg}$, $1 \text{ et} = 1.016 \text{ kg}$)

Одговор: 46,27 et.

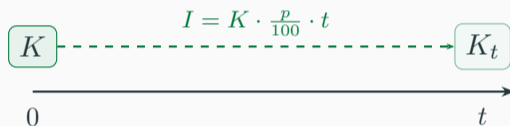
Прости каматни рачун (simple interest)

- Камата vs. каматна стопа
- Прости vs. сложени каматни рачун
- Антиципативни (prenumerando) vs. декурзивни (postnumerando) обрачун
- Начини рачунања:
 - Француска метода (година има 360 дана)
 - Енглеска метода (година има 365 дана)
 - Њемачка метода (сваки мјесец 30, а година 360 дана)
 - Комбинована (сваки мјесец 30, а година 365 дана)

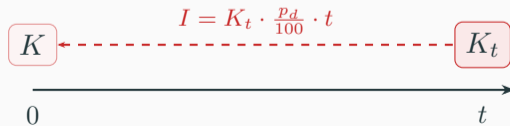
Антиципативни и декурзивни обрачун

Основна релација: $K + I = K_t$

Декурзивни обрачун



Антиципативни обрачун



Ознаке:

- K — садашња вриједност капитала
- I — камата
- K_t — сума вриједности капитала (главница + камата)
- p — антиципативна каматна стопа
- p_d — декурзивна каматна стопа
- t — вријеме (у годинама или другој јединици)

Разлика:

- **Антиципативни:** камата = производ дисконтне стопе и стања *на крају* периода.
- **Декурзивни:** камата = производ каматне стопе и стања *на почетку* периода.

Примјер 1. Предузеће се 1. јануара задужило на износ од 10.000 н.ј. уз каматну стопу од 12%. Израчунати колико треба да плати 30. априла, ако се камата обрачунава: а) антиципативно и б) декурзивно.

Примјер 2. Улагано је 10.000 н.ј. сваког дана у току ... дана. Каматна стопа је 5%. Заједно са простом каматом, улагач је један дан по посљедњем улогу имао на рачуну 110.091,66 н.ј. Колико дана је улагано?

Примјер 3. На краткорочни кредит од 13.560 н.ј. који је реализован 15. 7. обрачуната је камата, на почетку по 5%, а затим по 7%. Када је промијењена каматна стопа ако је кредит враћен 28. 10. износом од 13.785,50 н.ј?

Примјер 4. Предузеће је узело два кредита од банке. Први кредит износи K_1 н.ј. и одобрен је на 60 дана уз каматну стопу од 6%. Други износ кредита од K_2 н.ј. одобрен је на 90 дана уз каматну стопу од 5%. Укупно је дозначено 48.578 н.ј. Израчунати кредите ако је камата на први кредит већа од камате на други за 20%.

Примјер 1 — рјешење

$K = 10.000$ н.ј., $p = 12\%$, период: 1. јануар – 30. април = 120 дана.

а) Антиципативни обрачун:

$$K_t = \frac{K}{1 - i_d \cdot t} = \frac{10.000}{1 - 0,12 \cdot \frac{120}{365}} = \frac{10.000}{0,960548} \approx \mathbf{10.410,96}$$

б) Декурзивни обрачун:

$$K_t = K(1 + i \cdot t) = 10.000 \left(1 + 0,12 \cdot \frac{120}{365} \right) = 10.000 \cdot 1,039452 \approx \mathbf{10.394,52}$$

Антиципативни обрачун даје већу крајњу вриједност ($10.410,96 > 10.394,52$).

ПОДСЈЕТНИК

АРИТМЕТИЧКИ И ГЕОМЕТРИЈСКИ НИЗ