

Прости каматни рачун

Средњи рок плаћања • Салдо дуговања

Андреј Шева, асистент

2025/2026 • Финансијска математика — Вјежбе 2

andrej.seva@ef.unibl.org

Консултације: уторком и четвртком 10–12h (кабинет 401) уз претходну најаву

Извоз из државе В је 2006. године износио 860.000.000,00 н.ј. а увоз 1.140.000.000 н.ј.

Планирано је да ће се увоз у току првих седам година повећавати по годишњој стопи од 2,1%, а у току наредних пет година по стопи од 2,4%.

Питање: По којој просјечној стопи треба да се повећава извоз у току наредних 12 година да би покривеност увоза извозом била 88%?

Извоз из државе В је 2006. године износио 860.000.000,00 н.ј. а увоз 1.140.000.000 н.ј. Планирано је да ће се увоз у току првих седам година повећавати по годишњој стопи од 2,1%, а у току наредних пет година по стопи од 2,4%.

Питање: По којој просјечној стопи треба да се повећава извоз у току наредних 12 година да би покривеност увоза извозом била 88%? **Дато:**

- $X_{2006} = 860.000.000$ н.ј.
- $M_{2006} = 1.140.000.000$ н.ј.
- $\bar{r}_{g_{2006-2013}}(M) = 2,1 \%$
- $\bar{r}_{g_{2013-2018}}(M) = 2,4 \%$
- $\frac{X_{2018}}{M_{2018}} = 0,88$ (покривеност)

Рјешење:

$$\frac{X_{2006} \cdot (1 + \bar{r}_{g_{2006-2018}}(x))^{12}}{M_{2006} \cdot (1 + 0,021)^7 (1 + 0,024)^5} = 0,88$$

$$0,579812462889 \cdot (1 + \bar{r}_{g_{2006-2018}}(x))^{12} = 0,88$$

$$(1 + \bar{r}_{g_{2006-2018}}(x))^{12} = 1,518039440$$

$$1 + \bar{r}_{g_{2006-2018}}(x) = 1,035465866$$

$$\bar{r}_{g_{2006-2018}}(x) = 0,0354839 \cdot 100\% \approx 3,54\%$$

1. **Први дио** — Проналазак рока искључиво путем постављања модела еквиваленције простог каматног рачуна
2. **Други дио** — Примјена средњег рока плаћања и салда дуговања

RTZ предузеће дугује три износа 1.000,00 н.ј, 2.000,00 н.ј, и 4.000,00 н.ј. Први износ доспијева за 2 мјесеца, други износ доспијева за 5 мјесеци, а посљедњи за 8 мјесеци. ($p_d = 6\%$)

Задаци:

- a) Колико предузеће треба платити сада да би подмирило сва ова три износа?
- b) Колико треба платити за 12 мјесеци?
- c) Колико треба платити за 6 мјесеци?
- d) Колико треба платити за 9 мјесеци?

Колико предузеће треба платити сада?



$$PV = 1000 \left(1 + 0,06 \cdot \frac{2}{12}\right)^{-1} + 2000 \left(1 + 0,06 \cdot \frac{5}{12}\right)^{-1} + 4000 \left(1 + 0,06 \cdot \frac{8}{12}\right)^{-1}$$

$$PV = 990,099 + 1.951,219 + 3.846,154 = 6.787,472 \text{ н.ј.}$$

Колико треба платити за 12 мјесеци?



$$FV = 1000 \left(1 + 0,06 \cdot \frac{10}{12} \right) + 2000 \left(1 + 0,06 \cdot \frac{7}{12} \right) \\ + 4000 \left(1 + 0,06 \cdot \frac{4}{12} \right)$$

$$FV = 7.150 \text{ н.ј.}$$

Колико треба платити за 6 мјесеци?



$$V = 1000 \left(1 + 0,06 \cdot \frac{4}{12} \right) + 2000 \left(1 + 0,06 \cdot \frac{1}{12} \right) + 4000 \left(1 + 0,06 \cdot \frac{2}{12} \right)^{-1}$$

$$V = 6.980 \text{ н.ј.}$$

Три случаја у зависности од карактеристика дуговања:

1. **Случај 1** — Једнака дуговања и каматне стопе, различити рокови доспијећа
2. **Случај 2** — Различита дуговања и рокови доспијећа, једнаке каматне стопе
3. **Случај 3** — Различита дуговања, рокови доспијећа и каматне стопе

Једнака дуговања и каматне стопе, различити рокови доспијећа

$$D_1 = D_2 = D_3 = \dots = D_n = D \quad \text{ЈЕДНАКИ ИЗНОСИ}$$

$$i_1 = i_2 = i_3 = \dots = i_n = i \quad \text{ЈЕДНАКЕ КАМАТНЕ СТОПЕ}$$

$$d_1 \neq d_2 \neq d_3 \neq \dots \neq d_n \quad \text{РАЗЛИЧИТИ РОКОВИ ДОСПИЈЕЋА}$$

$$d_s = \frac{d_1 + d_2 + \dots + d_n}{n}$$

Средњи рок је аритметичка средина рокова доспијећа.

Различита дуговања и рокови доспијећа, једнаке каматне стопе

$D_1 \neq D_2 \neq D_3 \neq \dots \neq D_n$ **РАЗЛИЧИТИ ИЗНОСИ**

$i_1 = i_2 = i_3 = \dots = i_n = i$ **ЈЕДНАКЕ КАМАТНЕ СТОПЕ**

$d_1 \neq d_2 \neq d_3 \neq \dots \neq d_n$ **РАЗЛИЧИТИ РОКОВИ ДОСПИЈЕЋА**

$$d_s = \frac{d_1 \cdot D_1 + d_2 \cdot D_2 + \dots + d_n \cdot D_n}{D_1 + D_2 + \dots + D_n}$$

Средњи рок је пондерисана аритметичка средина рокова доспијећа.

Различита дуговања, рокови доспијећа и каматне стопе

$$D_1 \neq D_2 \neq D_3 \neq \dots \neq D_n \quad \text{РАЗЛИЧИТИ ИЗНОСИ}$$

$$i_1 \neq i_2 \neq i_3 \neq \dots \neq i_n \quad \text{РАЗЛИЧИТЕ КАМАТНЕ СТОПЕ}$$

$$d_1 \neq d_2 \neq d_3 \neq \dots \neq d_n \quad \text{РАЗЛИЧИТИ РОКОВИ ДОСПИЈЕЋА}$$

Поступак у два корака:

$$i_s = \frac{i_1 \cdot D_1 + i_2 \cdot D_2 + \dots + i_n \cdot D_n}{D_1 + D_2 + \dots + D_n}$$

$$d_s = \frac{i_1 \cdot d_1 \cdot D_1 + i_2 \cdot d_2 \cdot D_2 + \dots + i_n \cdot d_n \cdot D_n}{i_s \cdot (D_1 + D_2 + \dots + D_n)}$$

Три случаја као и код средњег рока плаћања:

1. Једнака дуговања и каматне стопе, различити рокови доспијећа
2. Различита дуговања и рокови доспијећа, једнаке каматне стопе
3. Различита дуговања, рокови доспијећа и каматне стопе

Принцип: Сличан принцип, с тим што се уважава (одузима) уплаћена вриједност и пондерише се апсолутним бројем дана од/до епохе.

Практично, у бројиоцу се одузима уплаћена вриједност и пондерише се бројем дана од/до епохе. У имениоцу се, такође, од укупних дуговања одузима вриједност уплате/уплата.

Предузеће дугује 42.000,00 н.ј. са роком доспијећа на 11. 5., ... н.ј. са роком доспијећа на 28. 6. и ... н.ј. са роком доспијећа на 18. 7. Дана 5. 5. предузеће је платило на име ових дуговања 30.000,00 н.ј.

Питање: Када треба платити салдо ових трансакција ако је прво дуговање веће од другог дуговања за 900%, а друго мање од трећег за 60%, те ако се капитал вреднује по 6%?

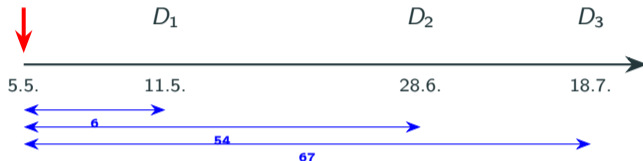
Односи дуговања:

- $D_1 = D_2 \cdot 10$ (прво веће од другог за 900%)
- $D_2 = D_3 \cdot 0,4$ (друго мање од трећег за 60%)

Из ових односа: $D_1 = 42.000$, $D_2 = 4.200$, $D_3 = 5.500$ н.ј.

Задатак 2 — Методом простог каматног рачуна

$$U = 30.000$$

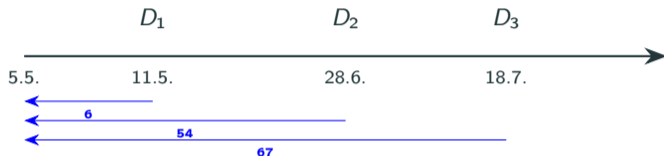


$$\begin{aligned} D_1 \left(1 + 0,06 \cdot \frac{6}{365} \right)^{-1} + D_2 \left(1 + 0,06 \cdot \frac{54}{365} \right) + D_3 \left(1 + 0,06 \cdot \frac{67}{365} \right)^{-1} \\ = 30.000 + [(D_1 + D_2 + D_3) - 30.000] \left(1 + 0,06 \cdot \frac{d}{365} \right)^{-1} \end{aligned}$$

Рјешавањем добијамо d .

Задатак 2 — Методом средњег рока салда дуговања

Епоха: 5. 5. (дан уплате)



$$d_s = \frac{d_1 \cdot D_1 + d_2 \cdot D_2 + d_3 \cdot D_3 - d_u \cdot U}{D_1 + D_2 + D_3 - U}$$

$$d_s = \frac{42.000 \cdot 6 + 4.200 \cdot 54 + 5.500 \cdot 67 - 0 \cdot 30.000}{51.700 - 30.000}$$

$$d_s = \frac{2.262.000}{21.700} = 59,526 \approx 59 \quad \vee \quad 60$$

Одговор: 60 дана од 5. 5. → **18. јун**

Предузеће дугује ... н.ј. са роком доспијећа на 10. 4., ... н.ј. са роком доспијећа на 20. 5. и 22.000,00 н.ј. са роком доспијећа на 5. 7. Дана 25. 4. предузеће је платило на име ових дуговања 28.000,00 н.ј.

Питање: Када треба платити салдо ових трансакција ако је треће дуговање веће од другог дуговања за 450%, а друго мање од првог за 90%, те ако се капитал вреднује по 5%?

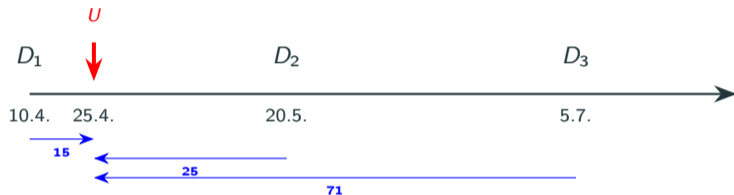
Односи дуговања:

- $D_3 = D_2 \cdot 5,5$ (треће веће од другог за 450%)
- $D_2 = D_1 \cdot 0,1$ (друго мање од првог за 90%)

Из услова $D_3 = 22.000$ добијамо: $D_1 = 40.000$, $D_2 = 4.000$, $D_3 = 22.000$ н.ј.

Задатак 3 — Методом средњег рока салда дуговања

Епоха: 25. 4. (дан уплате)



$$d_s = \frac{-15 \cdot 40.000 + 25 \cdot 4.000 + 71 \cdot 22.000 - 0 \cdot 28.000}{D_1 + D_2 + D_3 - U}$$

$$d_s = \frac{-600.000 + 100.000 + 1.562.000 - 0}{40.000 + 4.000 + 22.000 - 28.000}$$

$$d_s = \frac{1.062.000}{38.000} = 27,95 \approx 28$$

Одговор: 28 дана од 25. 4. → **23. мај**

Предузеће А треба да плати рачун од 62.700 н.ј. (цијена без ПДВ-а), а предузеће је обвезник ПДВ-а по стопи од 17%. Рок плаћања је 40 дана. Ако се уплата изврши у року од 10 дана, каса сконто износи 1%.

- а)** Која је каматна стопа по којој би се предузеће могло краткорочно задужити код банке и платити фактуру за финансијски неутралан ефекат?
- б)** Који би финансијски резултат био када би се предузеће задужило по стопи од 10%?

Дато:

- Рачун (без ПДВ-а): 62.700 н.ј., стопа ПДВ-а: 17%
- Рачун (са ПДВ-ом): $62.700 \cdot 1,17 = 73.359,00$ н.ј.
- Рок плаћања: 40 дана
- Каса сконто: 1% ако се плати у року од 10 дана

а) Гранична каматна стопа (финансијски неутралан ефекат)

Каса сконто у н.ј.:

$$S = 73.359,00 \cdot 0,01 = 733,59 \text{ н.ј.}$$

Износ за плаћање уз сконто:

$$73.359,00 - 733,59 = 72.625,41 \text{ н.ј.}$$

Предузеће се задужеје на **30 дана** ($40 - 10 = 30$ дана).

Задатак 4 — Краткорочно задужење (2/3)

Гранична каматна стопа:

$$i = \frac{S}{P_{skon} \cdot t} = \frac{733,59}{72.625,41} \cdot \frac{360}{30} = 0,010101 \cdot 12 \approx 12,12\%$$

Задуживање је исплативо ако је банкарска стопа испод 12,12%. б) Финансијски резултат при стопи од 10%

Предузеће се краткорочно задужује у износу од 72.625,41 н.ј. на 30 дана по стопи 10%.

Камата на кредит:

$$K = 72.625,41 \cdot 0,10 \cdot \frac{30}{360} = 605,21 \text{ н.ј.}$$

Уштеђевина по основу сконта:

$$S = 733,59 \text{ н.ј.}$$

Задатак 4 — Краткорочно задужење (3/3)

Финансијски резултат (уштеђевина):

$$FR = S - K = 733,59 - 605,21 = 128,38 \text{ н.ј.}$$

*Задуживањем по стопи 10% предузеће **оствариће добитак од 128,38 н.ј.***

Хвала на пажњи!

Питања?