

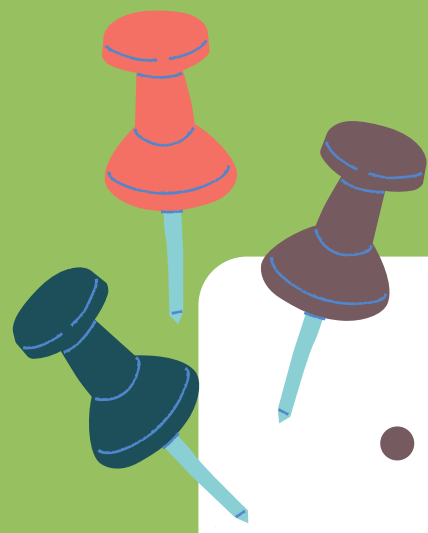
СТАТИСТИКА

ВЈЕЖБЕ

Виши асистент: Дарко Милуновић
darko.milunovic@ef.unibl.org



ДЕСКРИПТИВНЕ МЈЕРЕ

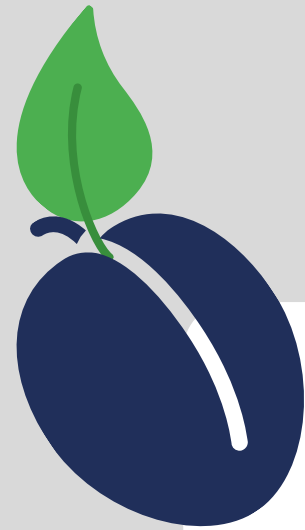


- Средње вриједности као мјере централне тенденције распореда:
 - а) средине – израчунате вриједности,
 - б) позиционе средње вриједности.
- Мјере дисперзије (распршености)
 - а) апсолутне и
 - б) релативне мјере диспрезије.
- Мјере облика распореда



Просте серије

(серије са негруписаним подацима)



Примјер: На једном имању принос шљива по стаблу износио је:

22 18 19 23 20 28 27 25 22 26 22

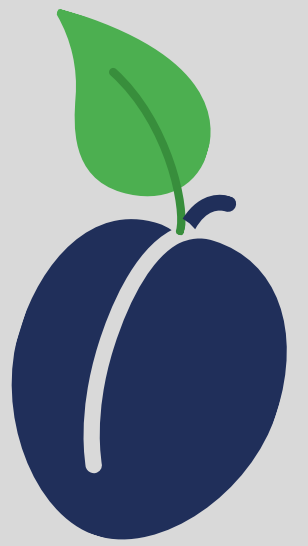
Израчунати и објаснити:

а) μ , H , G , M_o и M_e .

б) s^2 , s , V и Vq .



а) Мјере централне тенденције




$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{N} = \frac{252}{11} = 22.909 \text{ kg}$$

$$H = \frac{N}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}} = \frac{11}{\frac{1}{18} + \frac{1}{19} + \dots + \frac{1}{28}} = \frac{11}{0.488} = 22.541 \text{ kg}$$

$$G = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^n x_i} \Rightarrow \log G = \frac{1}{N} \sum \log x_i = \frac{\log 18 + \log 19 + \dots + \log 28}{11} = \frac{14.91547}{11} = 1.35595 \Rightarrow$$

$$G = \text{anti log } 1.35595 = 10^{1.35595} = 22.699 \text{ kg}$$



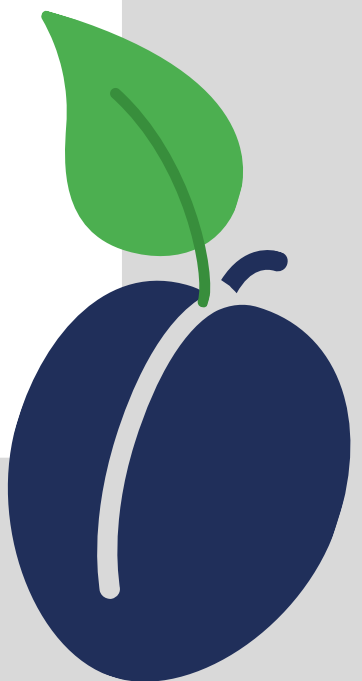
Да би одредили M_o и M_e морамо прво дате податке поредати по величини:

18 19 20 22 22 22 23 25 26 27 28


Мјесто: $M_e = \frac{N+1}{2} = \frac{12}{2} = 6 \Rightarrow M_e = 22 \text{ kg}$

Најчешћи принос по стаблу на овом имању представљаће **модус**:


$$M_o = 22 \text{ kg}$$



б) Мјере дисперзије



x_i	$(x_i - \mu)^2$	x_i^2
18	24.098	324
19	15.280	361
20	8.462	400
22	0.826	484
22	0.826	484
22	0.826	484
23	0.008	529
25	4.372	625
26	9.554	676
27	16.736	729
28	25.918	784
	106.906	5880



Activate Windows
Go to Settings to activate

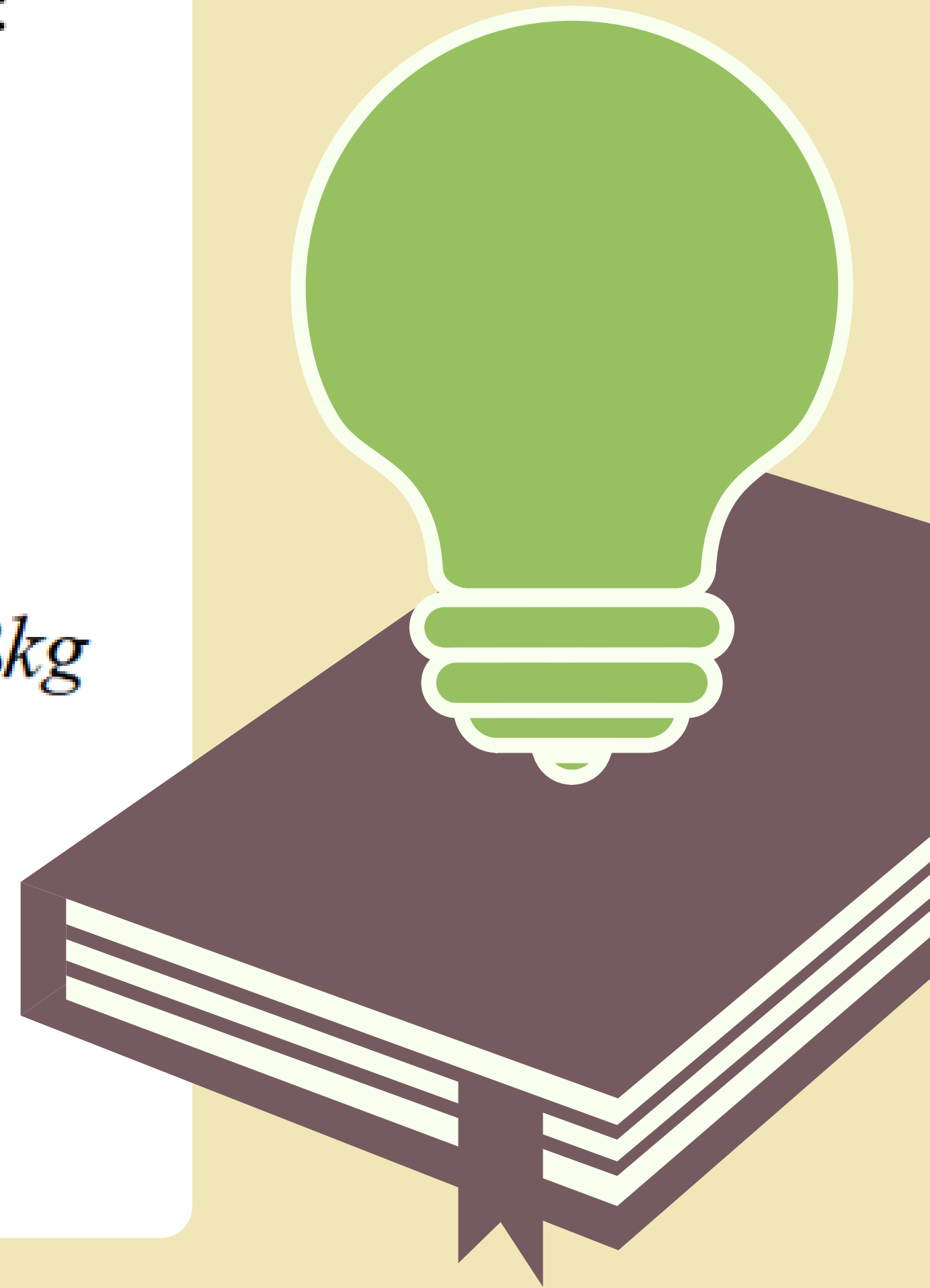
Стандардна девијација (код простих серија):

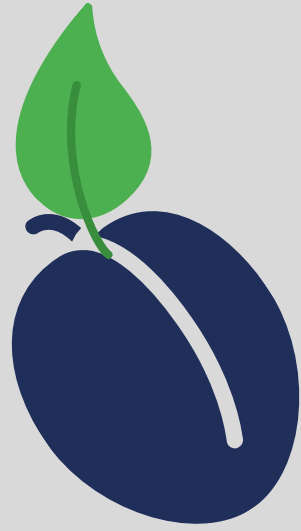
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \mu)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \mu^2}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{106.906}{11}} = \sqrt{\frac{5890}{11} - 22.909^2} = 3.118kg$$

Варијанса:

$$\sigma^2 = 9.723 \text{ kg}^2$$





Релативне мјере варијабилитета (V и V_q)

коэффициент варијације - релативна мјера варијабилитета у односу на μ :

$$V = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{3.118}{22,908} = 0.136$$

коэффициент интерквартилне варијације - релативна мјера варијабилитета у односу на медијану:

$$V_q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{26 - 20}{26 + 20} = 0.130$$

$$\text{мјесто } Q_1 = \frac{N+1}{4} = \frac{12}{4} = 3 \Rightarrow Q_1 = 20$$

$$\text{мјесто } Q_3 = \frac{3(N+1)}{4} = \frac{36}{4} = 9 \Rightarrow Q_3 = 26$$





Серије дистрибуције фреквенција (са непрекидним обиљежјем)

Примјер: Мјерењем једне реакције у 20 експеримената установљено је њено трајање у секундама и добијени сљедећи резултати:

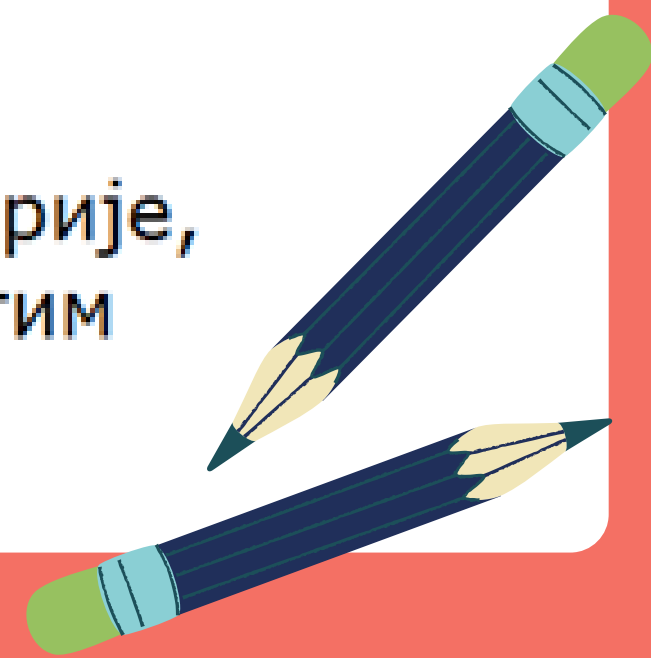
16	22	17	15	28	24	10	16	18	21
20	26	33	13	16	29	17	16	22	22

Формирати серију дистрибуције фреквенција, а затим израчунати и објаснити:

а) μ , G , H , M_o , M_e

б) σ , σ^2 , V , V_q

в) коефицијенте асиметрије и спљоштености, Pearson-ове мјере асиметрије, Bowley-ев коефицијент асиметрије (мјере облика распореда), а затим упоредити μ , M_o и M_e



Редате података по величини:

10 13 15 16 16 16 16 17 17 18
20 21 22 22 22 24 26 28 29 33

Трајање хем. реакције	10	13	15	16	17	18	20	21	22	24	26	28	29	33	Σ
Број експеримен.	1	1	1	4	2	1	1	1	3	1	1	1	1	1	20

$$K = 1 + 3.3 \log N$$

$$K = 1 + 3.3 \log 20$$

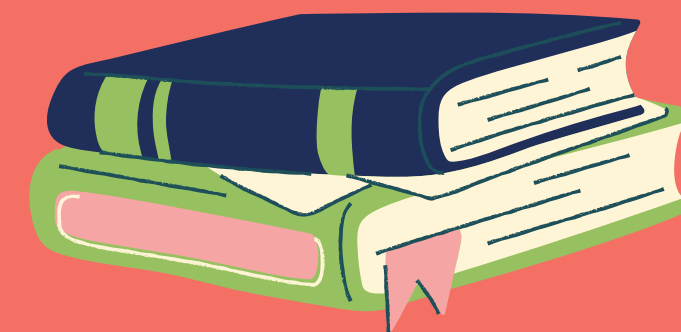
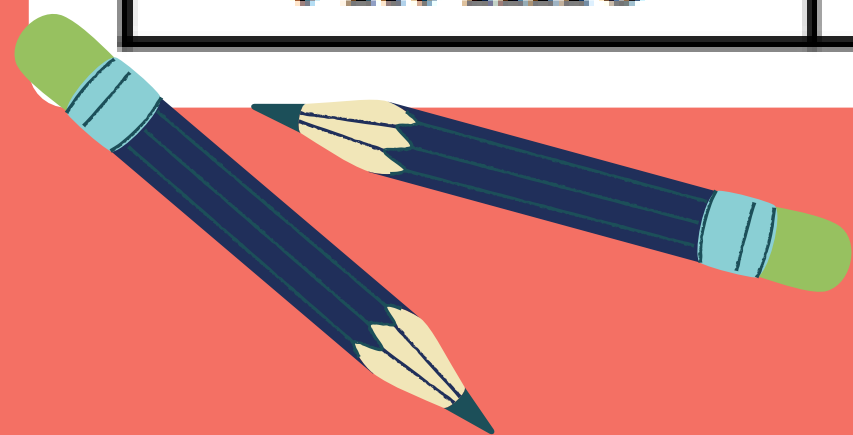
$$K = 5.293 \approx 5$$

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{K} = \frac{33 - 10}{5} = 4.6 \approx 5$$





Трајање реакције	Бр. експ.	x_i	$x_i f_i$	f_i/x_i	$\log x_i$	$f_i \log x_i$	$K f_i$
10 - 14 15	2	12.5	25	0.16	1.09691	2.19382	2
15 - 19 20	8	17.5	140	0.457	1.24304	9.94430	10
20 - 24 25	6	22.5	135	0.267	1.35218	8.11309	16
25 - 29 30	3	27.5	82.5	0.109	1.43933	4.31800	19
30 - 34 35	1	32.5	32.5	0.31	1.51189	1.51188	20
УКУПНО	20	-	415	1.024	-	26.08109	-



а) Мјере централне тенденције

Аритметичка средина

$$\mu = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{415}{20} = 20.75''$$

Хармонијска средина

$$H = \frac{\sum f_i}{\sum \frac{f_i}{x_i}} = \frac{20}{1.024} = 19.53''$$

Геометријска средина

$$G = \sqrt[\sum f_i]{\prod x_i f_i} \Rightarrow \log G = \frac{1}{\sum f_i} \sum f_i \log x_i = \frac{26.08109}{20} = 1.30405$$

$$G = 10^{1.30405} = 20.14''$$





Модус

$$M_o = L_1 + \frac{f_2 - f_1}{(f_2 - f_1) + (f_2 - f_3)} = 15 + \frac{(8 - 2)}{(8 - 2) + (8 - 6)} = 18.75''$$

Медијана

$$M_e = \frac{\sum f_i + 1}{2} = 10.5 \qquad M_e = L_1 + \frac{\frac{\sum f_i + 1}{2} - W_1}{f_m} \cdot i = 20 + \frac{10.5 - 10}{6} \cdot 5 = 20.42''$$

L_1 - доња граница медијалног интервала,

W_1 - збир фреквенција до медијалног интервала ($\sum f_1$),

f_{me} - фреквенција медијалног интервала и

i - ширина медијалног интервала.





6) Мјере дисперзије

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i} - \mu^2} = \sqrt{\frac{9125}{20} - 20.75^2} = 5.068''$$

$$\sigma^2 = 25.685 \text{ sec.}^2$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 f_i - n\bar{x}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{9125 - 20 \cdot 20.75^2}{20-1}} = 5.200''$$

$$s^2 = 27.04 \text{ sec.}^2$$

$$V = \frac{\sigma}{\mu} = 0.250 \dots \dots \dots V = \frac{s}{x} = 0.251$$

$$V_q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = 0.177$$



Одређивање квартила за парни број података



$$Q_1 = \frac{\sum f_i}{4} + \frac{1}{2} = 5.5 \Rightarrow Q_1 = L_1 + \frac{\frac{N+2}{4} - \sum f_i}{f_{Q_1}} \cdot i = 15 + \frac{5.5 - 2}{8} \cdot 5 = 17.188''$$

$$Q_3 = \frac{3\sum f_i}{4} + \frac{1}{2} = 15.5 \Rightarrow Q_3 = 20 + \frac{15.5 - 10}{6} \cdot 5 = 24.583''$$



в) Мјере облика распореда

$$\alpha_3 = \frac{\sum f_i (x_i - \mu)^3}{\sum f_i \sigma^3} = 0.453$$

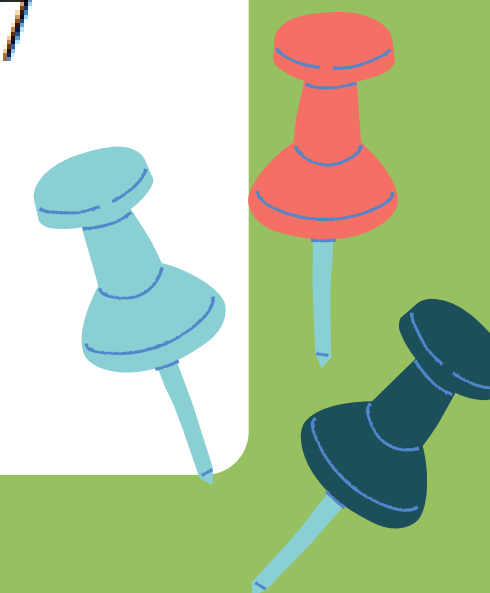
$$\alpha_4 = \frac{\sum f_i (x_i - \mu)^4}{\sum f_i \sigma^4} = 2.651$$

$$S_{K_1} = \frac{\mu - M_o}{\sigma} = 0.395$$

$$S_{K_2} = \frac{3(\mu - M_e)}{\sigma} = 0.197$$

$$S_a = \frac{(Q_1 + Q_3) - 2M_e}{Q_3 - Q_1} = 0.127$$

$$\mu > M_e > M_o$$





ХВАЛА НА ПАЖЊИ!

