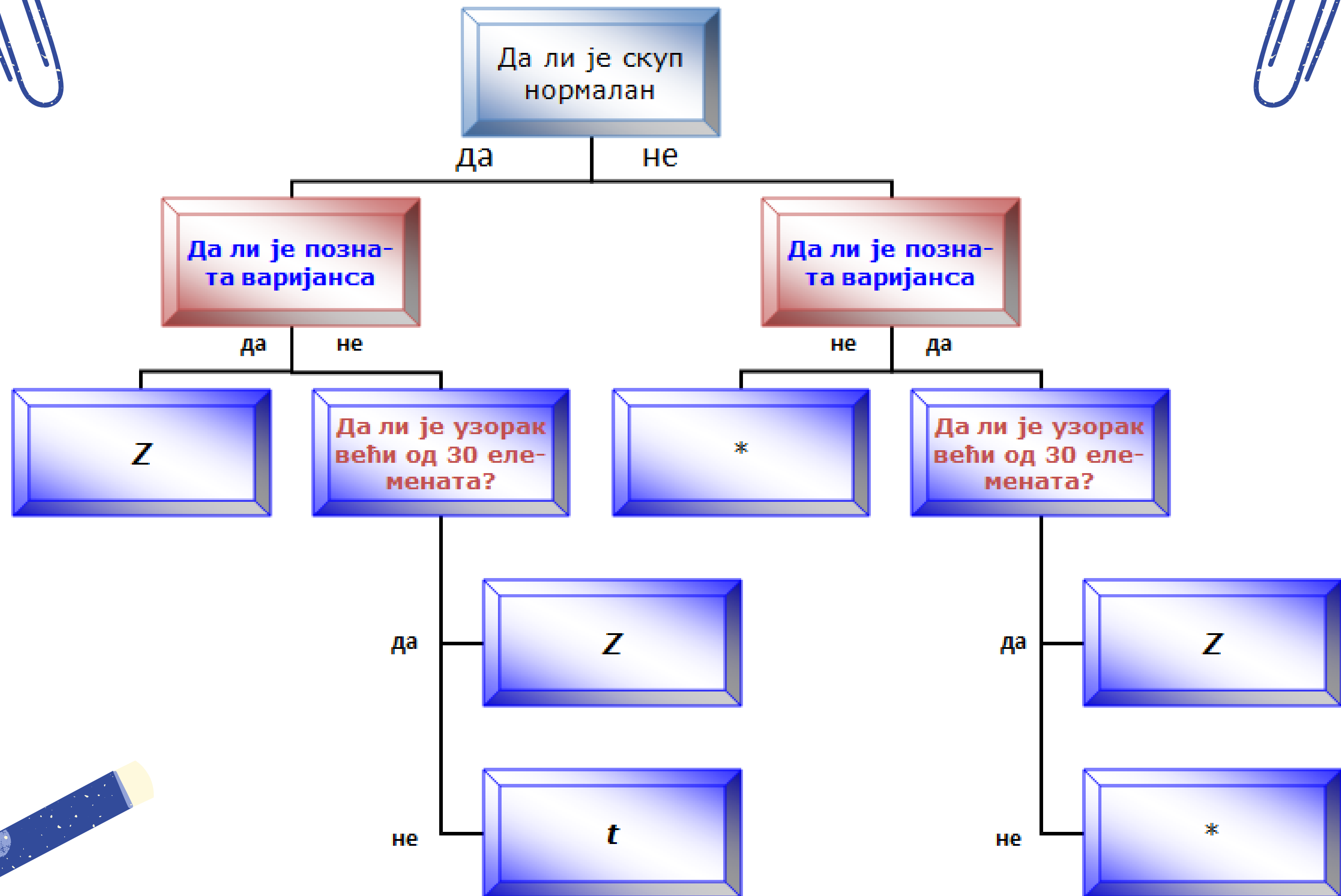
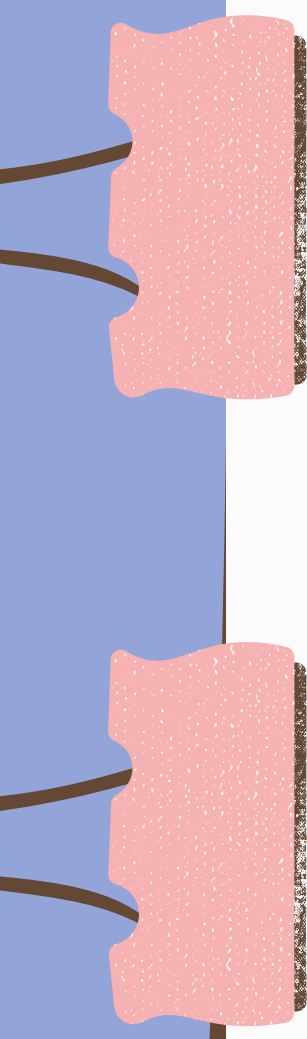




# ИНТЕРВАЛИ ПОВЈЕРЕЊА

---





1. Из једног скупа који је нормално распоређен извучен је узорак од 150 јединица. Аритметичка средина у узорку била је 54.2 јед. мјере. Оцјенити аритметичку средину овог скупа уз ризик грешке 5%.

---

а) ако је позната станд. девијација и износи 6.3 јед. мјере;

б) ако је позната станд. девијација у узорку и износи 5.4 јед. мјере;

- б1) ако је број елемената у основном скупу 2500;
- б2) ако је број елемената у основном скупу 6000;

**РЈЕШЕЊЕ:**  $n = 150$        $\bar{x} = 54,2$        $\alpha = 0,05$

**а) Варијанса (стандардна девијација) је позната.**

$$\sigma = 6,3 \quad \alpha = 0,05$$

$$P\left(-Z \leq \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} \leq Z\right) = F(Z) - [1 - F(Z)] = 2F(Z) - 1 = 0,95$$

$$P(\bar{X} - Z_{\alpha/2} \cdot \sigma_{\bar{x}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{\alpha/2} \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 2F(Z) - 1 = 0,95$$

$$\bar{x} - Z_{\alpha/2} \cdot \sigma_{\bar{x}} \leq \mu \leq \bar{x} + Z_{\alpha/2} \cdot \sigma_{\bar{x}}$$

**Критична вриједност се тражи на сљедећи начин (у таблицама):**

$$2F(Z_{\alpha/2}) - 1 = 1 - \alpha$$

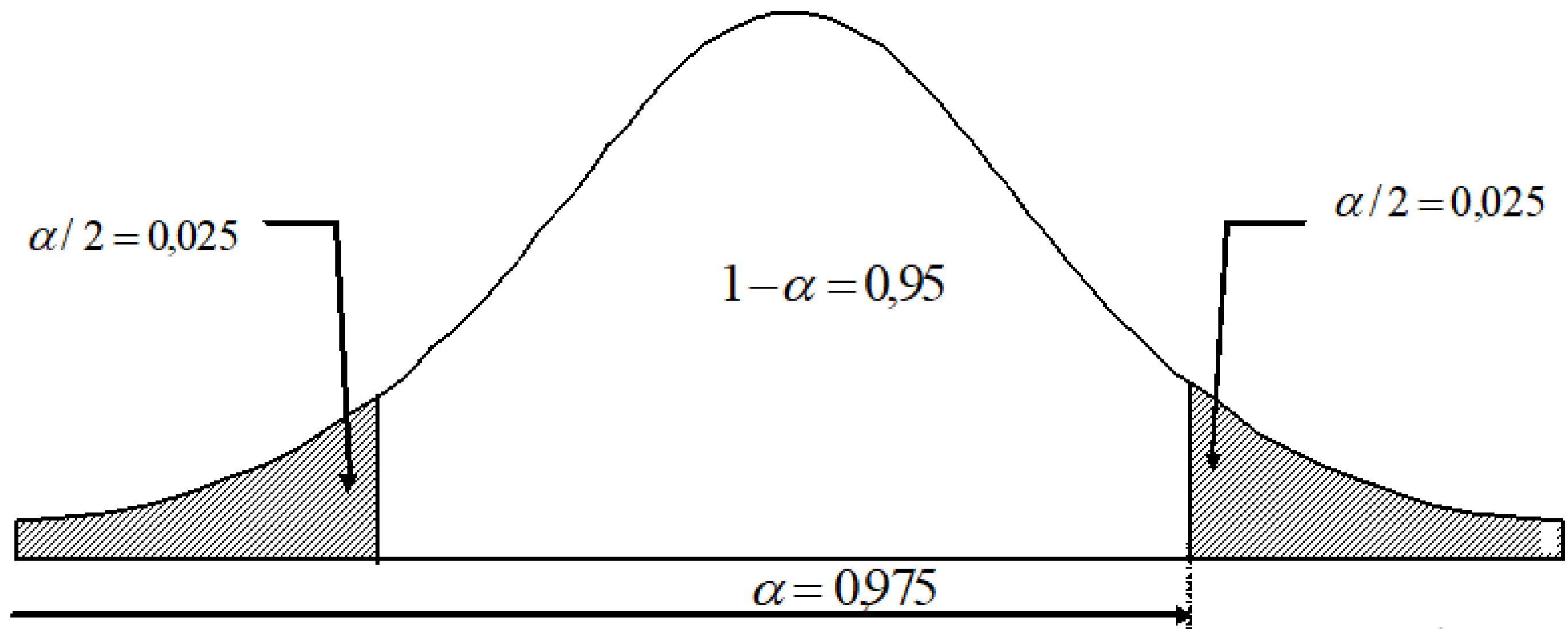
$$F(Z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

$$F(Z_{\alpha/2}) = 1 - 0,025 = 0,975 \Rightarrow Z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{6,3}{\sqrt{150}} = 0,51439$$

$$54,2 - 1,96 \cdot 0,51439 \leq \mu \leq 54,2 + 1,96 \cdot 0,51439$$

$$53,192 \leq \mu \leq 55,208$$



б)

Није позната варијанса основног скупа.

- Кад није позната варијанса користи се Student-ов  $t$  распоред, али пошто је узорак већи од 30 елемената користимо нормалан распоред...
- Интервал који се користи у овим случајевима:  $\bar{x} - Z_{\alpha/2} \cdot s_{\bar{x}} \leq \mu \leq \bar{x} + Z_{\alpha/2} \cdot s_{\bar{x}}$

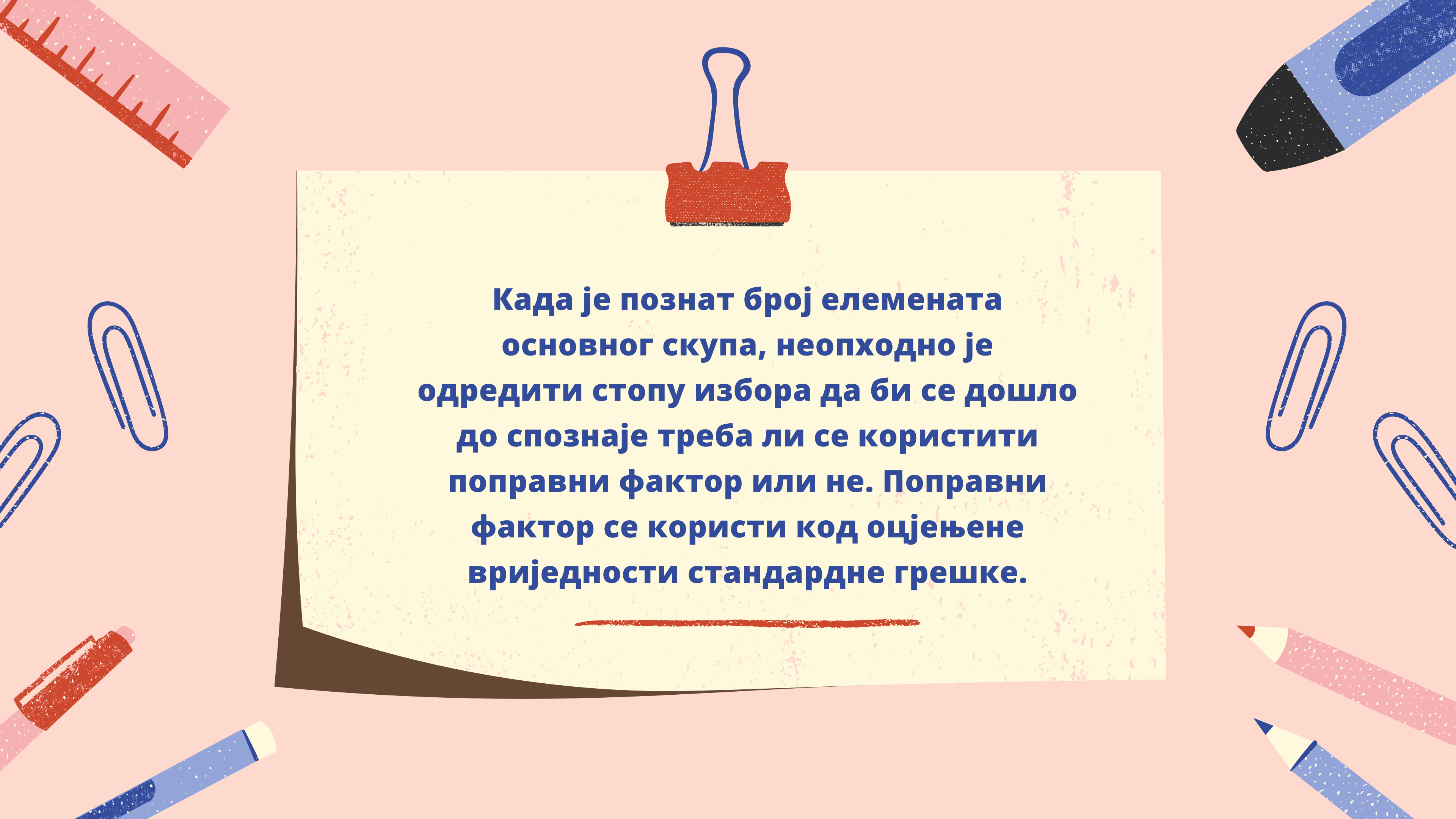
$s_{\bar{x}}$  – оцјењена вриједност стандардне грешке оцјене ар. средине основног скупа, и износи:

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{4,5}{\sqrt{150}} = 0,36742 \quad S - \text{ стандардна девијација узорка.}$$

- Интервал повјерења

гласи:

$$53,480 \leq \mu \leq 54,920$$



**Када је познат број елемената  
осовног скупа, неопходно је  
одредити стопу избора да би се дошло  
до спознаје треба ли се користити  
поправни фактор или не. Поправни  
фактор се користи код оцјењене  
вриједности стандардне грешке.**

---

61)  $N=2500$

$$\frac{n}{N} = \frac{150}{2500} = 0,06 > 0,05$$

Значи, користи се **pfks**.

$$pfks = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

$$s_x = \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = 0,3563$$

$$53,502 \leq \mu \leq 54,898$$

62)  $N=6000$

$$\frac{n}{N} = \frac{150}{6000} = 0,0025 < 0,05 \Rightarrow \text{не користи се } \mathbf{pfks}, \text{ па је остатак задатка идентичан као под б).}$$

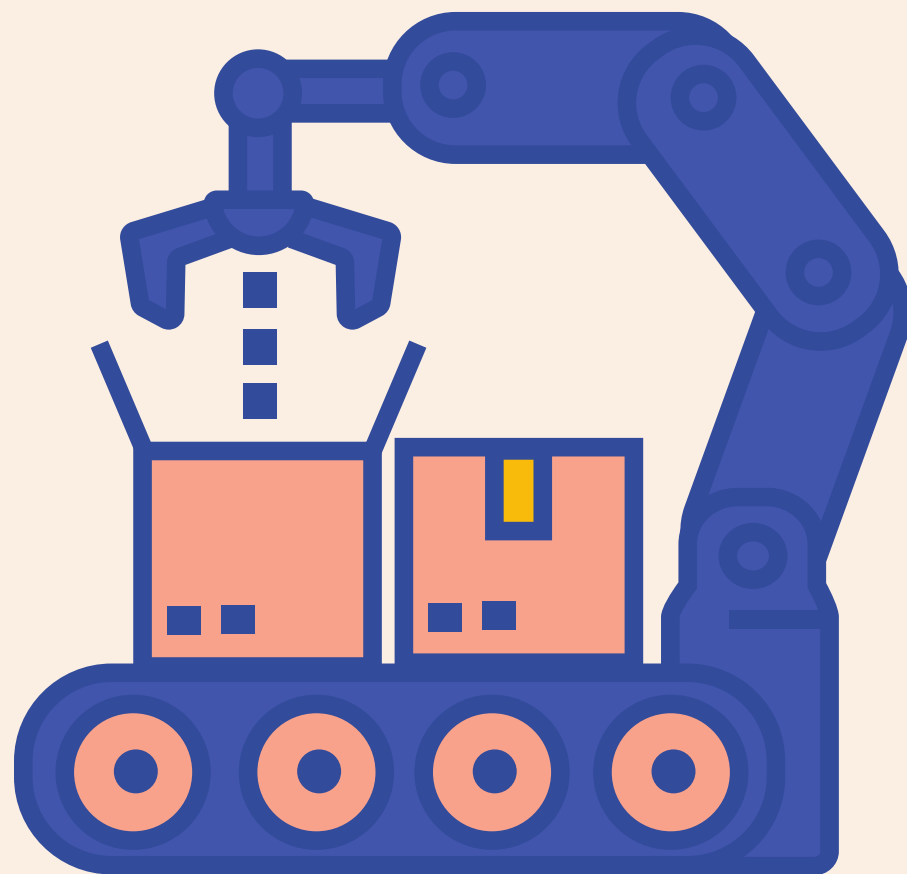
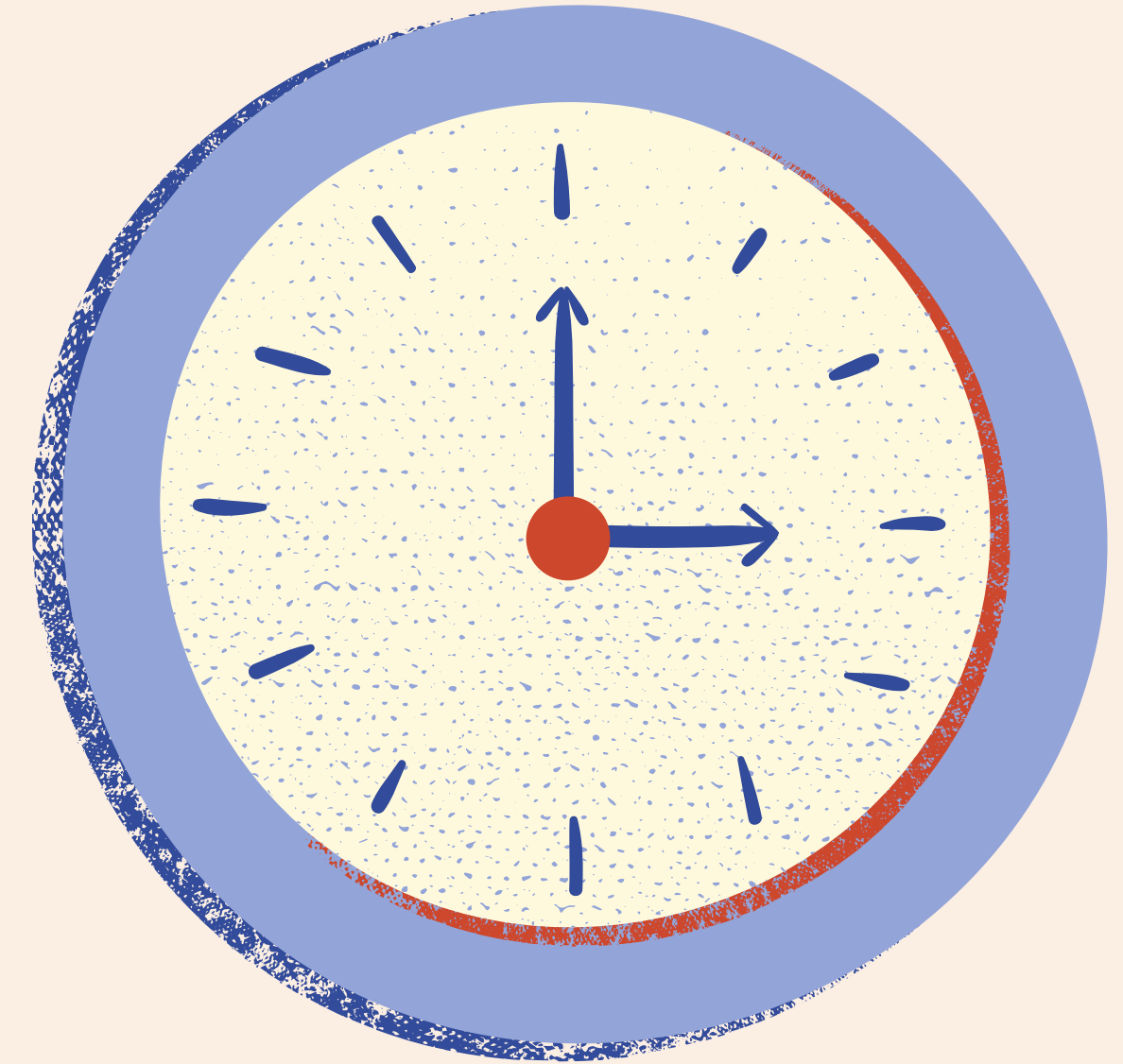
---

$$53,480 \leq \mu \leq 54,920$$



# 2.

Произвођач једне врсте производа има поруџбину од 4500 комада. Као узорак овај произвођач је произвео 15 комада и установио да просјечно вријеме за производњу износи 18 минута, са просјечним одступањем од 1 минут.



---

Колико је потребно времена за производњу ове поруџбине? Одговор дати уз 1% ризика и претпоставку да је основни скуп нормално распоређен.

## РЈЕШЕЊЕ:

$$N=4500$$

$$n=15$$

$$\bar{x}=18 \text{ min.}$$

$$S=1 \text{ min.} \quad \alpha = 0,01$$

- Пошто је узет мали узорак ( $n < 30$ ), а стандардна девијација није позната, користи се **t** распоред.
- Интервал повјерења гласи:

$$\bar{x} - t_{n-1, \alpha/2} \cdot s_x \leq \mu \leq \bar{x} + t_{n-1, \alpha/2} \cdot s_x$$

Прво треба утврдити користи ли се поправни фактор при оцјени стандардне грешке...

$$\frac{n}{N} = \frac{15}{4500} = 0,0033 < 0,05 \Rightarrow \text{не користи.}$$

$$s_x = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{15}} = 0,25820$$

Критичну вриједност налазимо у таблицама (за  $t$  распоред)

$$t \begin{array}{l} \nearrow n-1=14 \\ \searrow \alpha/2 = 0,005 \end{array} = 2,9768$$

Сада интервал повјерења гласи:

$$18 - 2,9768 \cdot 0,25820 \leq \mu \leq 18 + 2,9768 \cdot 0,25820$$

$$17,231 \leq \mu \leq 18,769 \quad | \cdot N$$

$$77539,5 \leq N \cdot \mu \leq 84460,5 \text{ min.}$$


$$1292 \leq N \cdot \mu \leq 1408 \text{ h}$$



**3.** У једном предузећу од 450 радника распоред дијела радника према оствареним зарадама био је сљедећи:

Зараде (КМ)	Број радника
до 150	4
150-200	9
200-250	16
250-300	10
350 и више	3

**Ако знамо да је распоред радника овог предузећа према оствареним зарадама нормалног облика:**

- 
- а) оцјенити уз ризик 5% просјечно остварену зараду у посматраном предузећу.**
  - б) одредити интервал оцјене укупно остварене зараде овог предузећа уз 10% ризика**

а)

Пошто је скуп нормално распоређен, стандардна девијација непозната, а узорак већи од 30 елемената користи се нормалан распоред.

$$\bar{x} - Z_{\alpha/2} \cdot s_{\bar{x}} \leq \mu \leq \bar{x} + Z_{\alpha/2} \cdot s_{\bar{x}}$$

Зараде (KM)	Број радника	$x_i$	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
до 150	4	125	500	62500
150-200	9	175	1575	275625
200-250	16	225	3600	810000
250-300	10	275	2750	756250
300 и више	3	325	975	316875
-	42	-	9400	2221250

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{n} = 223,8095$$



$$s = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 \cdot f_i - n \cdot \bar{x}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{2221250 - 42 \cdot 223,81^2}{42-1}} = 53,52$$

- **стопа избора ће бити:**

$$\frac{n}{N} = \frac{42}{450} = 0,0933 \Rightarrow \text{koristimo } pfs = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

- **Стандардна грешка оцјене аритметичке средине:**

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \frac{53,52}{\sqrt{42}} \cdot \sqrt{\frac{450-42}{450-1}} = 7,782$$

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow F(Z_{\alpha/2}) = 0.975 \Rightarrow Z_{\alpha/2} = 1.96$$

$$\bar{x} - Z_{\alpha/2} \cdot s_{\bar{x}} \leq \mu \leq \bar{x} + Z_{\alpha/2} \cdot s_{\bar{x}}$$

$$223,81 - 1,96 \cdot 7,782 \leq \mu \leq 223,81 + 1,96 \cdot 7,782$$

$$208,38 \leq \mu \leq 239,24$$

$$\alpha = 0,1 \Rightarrow F(Z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,95 \Rightarrow Z_{\alpha/2} = 1,65$$

$$\bar{x} - Z_{\alpha/2} \cdot s_{\bar{x}} \leq \mu \leq \bar{x} + Z_{\alpha/2} \cdot s_{\bar{x}}$$

$$223,81 - 1,65 \cdot 7,782 \leq \mu \leq 223,81 + 1,65 \cdot 7,782$$

$$210,82 \leq \mu \leq 236,80 / (N = 450)$$

$$94,869 \leq \mu \cdot N \leq 106,560 \text{ KM}$$

# Оцјењивање пропорције основног скупа

1.

На првој години студија Економског факултета од 1800 студената случајно је изабрано и анкетирано 80 студената. За увођење предмета Рачунари у редован наставни процес изјаснило се 60 студената. Оцјенити, уз 5% ризика:



- а) учешће студената који желе увођење овог предмета (у укупном броју студената на 1. години студија);
- б) број студената 1. године студија који желе увођење предмета Рачунари.



## РЈЕШЕЊЕ:

$$N=1800$$

$$n=80$$

$$f=60$$

• Стопа избора ће бити:  $\frac{n}{N} = \frac{80}{1800} = 0,044$

• Интервал повјерења гласи:  $p - Z_{\alpha/2} \cdot s_p \leq \pi \leq p + Z_{\alpha/2} \cdot s_p$

$$p = \frac{f}{n} = \frac{60}{80} = 0,75$$



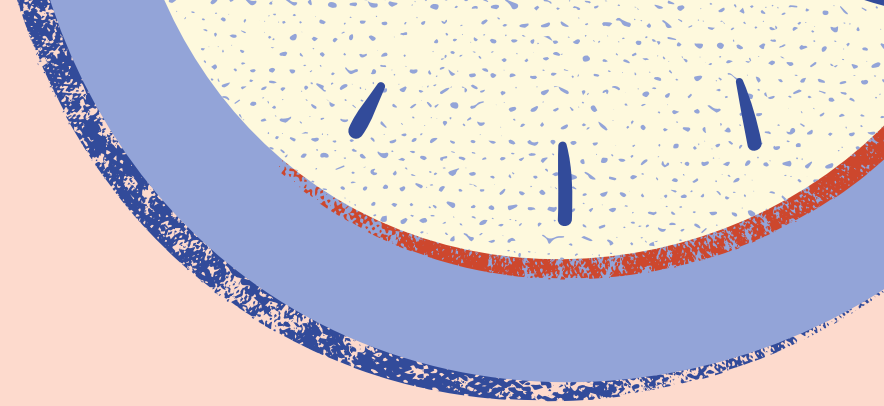
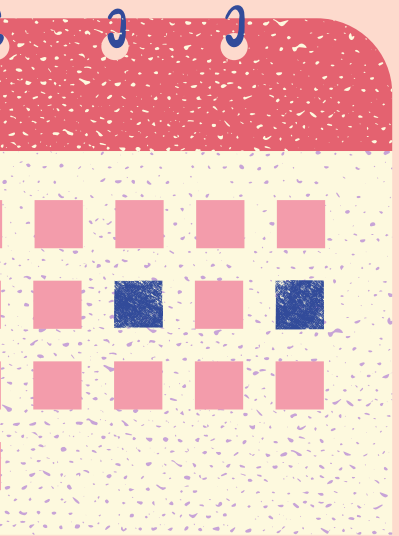
- Оцјењена вриједност стандардне грешке се рачуна:

$$s_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n-1}} = \sqrt{\frac{0,75(1-0,75)}{80-1}} = 0,0487$$

- Таблична вриједност:

$$F(Z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,975 \Rightarrow Z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$0,75 - 1,96 \cdot 0,0487 \leq \pi \leq 0,75 + 1,96 \cdot 0,0487$$
$$0,6546 \leq \pi \leq 0,8455$$



**ХВАЛА НА  
ПАЖЊИ!**

